

月惑星の重力場におけるカウラ則と
カウラ定数のスケーリング則

Kaula's rule and the scaling law of the Kaula constant
in the lunar-planetary gravity fields

北海道大学 理学部 地球惑星科学科

宇宙測地学研究室

22090298

橋本実奈

指導教官：日置幸介

目次

要旨	2
Abstract	3
第1章 重力で探る月惑星	4
1. 重力場研究の意義・手法	4
2. 本研究の目的	5
第2章 カウラの法則	6
1. カウラの法則とは	6
2. 月・火星・地球・金星のカウラの法則	7
3. カウラ定数	10
第3章 カウラ定数のスケーリング則	14
1. スケーリング則とは	14
2. 小惑星ベスタ	17
3. 重力とカウラ定数のスケーリング則	18
第4章 月の表裏の2分性	19
1. 月の表裏の特徴	19
2. 2分性の原因（仮説）	20
3. 天体内でのカウラ定数の違い	21
① 仮想的な月	22
② ジオイド高になおす	24
③ 仮想的な月：カウラの法則	27
④ カウラ定数	28
⑤ 表裏のカウラ定数の違い：考察	29
第5章 今後の展望	30
1. 今後取り組みたい研究	30
2. 月の重力探査の歴史	30
3. GRAIL	32
① GRAIL の仕組み	32
② GRAIL の性能	33
4. 謝辞	37
5. 参考文献	37

要旨

月惑星の重力場は重力ポテンシャルを球関数展開した際の係数（ストークス係数）でモデル化される。月惑星の全球的な重力場は、地球は GRACE、月は SELENE や GRAIL といった重力探査衛星で観測される。現在では地球や月では球関数の次数にして数百次までの係数が推定されており、高解像度の重力異常図を描くことが可能になった。高次の係数は細かい重力異常の特徴を、低次の係数は大局的な構造を反映しており、研究の用途に応じて様々な解像度の重力異常が用いられる。

カウラの法則とは、こういった重力場の係数の大きさが次数 n の 2 乗に反比例するというおおざっぱな目安(rule-of-thumb)である。本研究では、この法則が月・火星・地球・金星で良く成り立っていることが明らかになった。球関数の次数が高いほど重力異常の波長が小さく、低次のものほど大きい。つまりこの法則は重力異常の振幅が波長の二乗に比例して大きくなることに対応している。

本研究では、カウラの法則の比例定数のことをカウラ定数と呼ぶ。一般にカウラ定数は小さい天体ほど大きな値をとるが、ここでいうスケーリング則はその値が表層重力の 2 乗に反比例して小さくなるという法則である（本来の文献[Kaula,1963]では半径の 4 乗に比例、質量の 2 乗に反比例すると書かれている）。月・火星・地球・金星のカウラ定数を比較してみた結果、これら 4 天体に関してはスケーリング則がほぼ成り立つことがわかった。ある天体がこの法則から外れている場合は、その天体の内部を構成する物質の温度や粘性等が他の地球型天体と違っていることが示唆される。最近の Messenger の探査によると、水星の重力場はこのスケーリング則から下にずれるらしい。その原因として、水星は金属でできた中心核の半径が相対的に大きいため、岩石に比べて小さい金属の粘性が低次の重力異常を小さく抑えている可能性が考えられる。

月には表側と裏側の二分性があることが良く知られている。表側は地殻が薄く地形が平坦であるが、裏側は地殻が厚く凸凹が多い。二分性の原因については諸説あるが、表裏の熱史の違いを反映している可能性が高い。月の成り立ちや熱史は重力異常図からもある程度推測できる。本研究でこれまで天体間で比較していたカウラ定数を、同一天体の半球間で比較することで、地下構造や熱史の違いを考察した。その結果、裏側でより大きなカウラ定数が得られ、表側よりも裏側の重力異常が相対的に大きいことをカウラ定数の値の形で比較することができた。

Abstract

Gravity fields of the moon and planets are modeled as the sum of spherical harmonics of various degrees/orders, and their coefficients are called as the Stokes' coefficients. These coefficients with degrees and orders complete to a few hundreds have been estimated using the tracking data of artificial satellites such as GRACE (the earth), SELENE and GRAIL (the moon). High degree coefficients show fine structure of the shallow mass distribution, and low degree coefficients reflect global scale mass distribution of the body. Kaula's rule-of-thumb predicts that the Stokes' coefficients are inversely proportional to the square of the degree n of the spherical harmonics. In this study, I confirmed that this is the case for the moon, the earth, Mars and Venus. Smaller coefficients for higher degrees mean that the long wavelength components have larger amplitudes. Here I refer to the factor to link $1/n^2$ to the Stokes' coefficients as the Kaula constant. The smaller celestial body is considered to have a larger Kaula constant, and they are considered to obey a scaling law that the coefficient is inversely proportional to the square of the surface gravity of the body (in the original paper by Kaula [Kauka,1963], the constant is suggested to scale with R^4/M^2 , where R and M denote the radius and the mass of the body, respectively). This scaling law is confirmed to hold true for the moon, Mars, Venus, and the earth. Departure from this scaling law would imply some difference of the physical properties (such as viscosity) of the material that makes up the interior of the body. Recent data on the gravity field of Mercury taken by MESSENGER seem to indicate such a departure, which may reflect the unusually large relative radius of the metallic core of Mercury.

The lunar farside and nearside are known to be very different, i.e. the nearside has thin crust and flat terrain, whereas the farside has thick crust and rugged terrain. There are several hypotheses for the origin of such lunar dichotomy, and many of those suggest some difference in thermal history between the two sides. Such a difference can be studied with the gravitational field. Here I compared the Kaula constant of these lunar two hemispheres by creating two hypothetical moons, those composed of only farside and only nearside. The Kaula constant of the farside showed slightly larger value than the nearside, suggesting colder internal temperature of the lunar farside .

第1章 重力で探る月惑星

1. 重力場研究の意義・手法

月や惑星の起源や成り立ちを調べる方法には大きく分けて2つある。1つ目は化学的手法（物質科学的手法）、2つ目は物理学的手法（力学的・電磁気学的手法）である。前者は実際に直接探査機で地表の岩石を採取したサンプルや隕石などを同位体分析や質量分析などの手法を用いてそのサンプルがどこの由来であるか、どのような環境下で形成されたか、などを調べる。後者は本研究のメインの手法であり、例えば月や惑星の重力場を観測することで起源・成り立ちを調べる。

重力場を調べることが月惑星の起源・成り立ちを調べることに繋がる理由は、その天体の重力場は地表の特徴や表面下の内部構造を反映しているためである。特に内部の構造に関しては地表の様子からうかがい知ることが出来ないため、重力場を観測することが重要な手段となる。内部の様子を知ることが、その天体の起源や形成過程を調べることに繋がる。

重力場によって内部の様子を知ることができるのは、簡単にいえば重力は天体の内部に周囲より密度の大きいものがあるほど大きくなり、周囲より密度の小さいものがあるほど小さくなるためである。こうして探査機の軌道は重力の影響で少しずつ変わり、それを解析することで内部の質量分布が大まかにわかるのである。

実際に重力場を解析する方法は、例えば月であればSELENE (Selenological and Engineering Explorer, 打ち上げ後は「かぐや」の愛称で知られる) や最新の重力探査機GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory) から得られる衛星追尾データから、軌道を解析するための特別なプログラムで重力場を推定する。得られた重力場はC言語やFortranなどのプログラム言語を用いて図として可視化する。重力場は球面調和関数の足し合わせとしてモデル化されるので、重力場モデルはそれらの係数のセットとして与えられる。SELENEは、これまで直接観測できなかった月の裏側の重力場をリレー衛星を用いた衛星間追尾によって明らかにした。その結果月の重力場は次数150次ほどまで明らかになった。最も新しい月探査機であるGRAILでは、同じ低い軌道を周回する双子衛星間の追尾によって、450次におよぶ細かい重力異常の構造を明らかにした。

一般に次数が高くなるほど空間波長の短い細かい特徴をとらえることができ、低次の重力場はその天体の大域的な質量分布を表す。例えば2次の項は、自転による赤道のふくらみや潮汐変形を表す。それらと力学的扁平率を組み合わせることによって、天体の慣性モーメントがわかる。その大きさは、天体の中心への質量集中度の指標であり、金属コアの大きさなどが推定できる。たとえば均一な内部構造を持つ球状の物体の慣性モ

ーメントは下記の計算によると $(2/5)MR^2$ となり (M は天体の質量、 R は半径を示す)、得られた慣性モーメントの係数が $(2/5)$ より小さいと金属核の存在が示唆される。

$$\begin{aligned} \int_v \rho (r \sin \theta)^2 dv &= \int_0^R \left(\int_0^\pi \left(\int_0^{2\pi} \rho (r \sin \theta)^2 r \sin \theta d\phi \right) r d\theta \right) dr \\ &= \rho \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^4 \sin^3 \theta d\phi d\theta dr = \frac{2}{5} MR^2 \end{aligned}$$

極座標 (r, θ, ϕ) で計算した半径 R で質量 M を持つ一様な天体の慣性モーメント

2. 本研究の目的

本研究では月惑星の重力場におけるカウラ則と、カウラ定数のスケーリング則について議論する（それらが何を意味するかは2勝で詳しく述べる）。月惑星研究の最終目標はその起源や進化を明らかにすることであり、特に月に関しては、同期自転のため地球からの追尾では裏側の重力場が求められなかった。これが **SELENE** により劇的に改良され、さらに米国の最新の月の探査ミッション **GRAIL** により全球の重力場解析が非常に高精度になった。その結果、月の起源や成り立ちを明らかにするための一歩として月の表裏の2分性を明らかにする研究が日々進んでいる。2分性を明らかにするには月の熱的な歴史、“熱史”の解明が必須である。2分性に関しては第4章で詳しく述べるが、表裏での熱史の違いが2分性の主な原因であると推測されている。

重力場を解析することは、直接見ることはできない地下の構造を知ることができる。特に地形と重力異常を比較することによって、アイソスタシーの状態を推察でき、天体内部の熱的な構造を議論することができる。特にカウラ則やカウラ定数は、天体全体の重力場の特徴を反映するため、天体の平均的な内部の物性や温度を比較する良い尺度となる。また一つの天体内でも半球毎のカウラ定数の違いから、月の表裏や火星の南北のような2分性の原因となった出来事が解明できるかも知れない。本研究では、月惑星の起源・成り立ちを明らかにするための一歩として重力場解析という切り口で、特に全球の重力異常を特徴づけるカウラ則やカウラ定数を天体間で比較することにより、比較惑星学的に新しい知見を得ることを目標とする。

第2章 カウラの法則

1. カウラの法則とは

重力場は球面調和関数（球関数） $P_{nm}(\sin\theta)$ とストークス係数 C_{nm} , S_{nm} を用いて以下のように表される。 G は万有引力定数、 M は質量、 n は degree、 m は order、である。

$$\text{Gravity}(\theta, \phi) = \frac{GM}{R^2} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n+1) (C_{nm} \cos m\phi + S_{nm} \sin m\phi) P_{nm}(\sin\theta) \right\}$$

カウラの法則(Kaula's Rule-of-thumb)とは、さまざまな月・惑星の重力場で、ストークス係数の大きさは球関数の次数 n の2乗に反比例するという法則で、重力研究の草分けである米国のウィリアム・カウラ(William Kaula, 1926-2000)が1966年に提唱した経験則である。以下の式はカウラ定数の定義で、 C_{lm} , S_{lm} は標準偏差で l は次数、 m は位数を表している

$$s\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}_{\text{earth}} \equiv \left[\frac{\sum_{m=0}^l \{\bar{C}_{lm}^2 + \bar{S}_{lm}^2\}}{2l+1} \right]^{\frac{1}{2}} \approx 10^{-5} / l^2$$

この法則は地球型惑星ではある程度成り立つことが知られているが、本研究では全球重力場が得られている衛星や惑星全体について改めてそれを調べた。

図1の通り、次数は高次項のものほど振幅が小さく、低次項のものほど大きい。つまり重力異常の振幅が次数の2乗に反比例して小さくなることに対応している。それは重力の水平勾配が異なる次数間であまり変わらないためである。

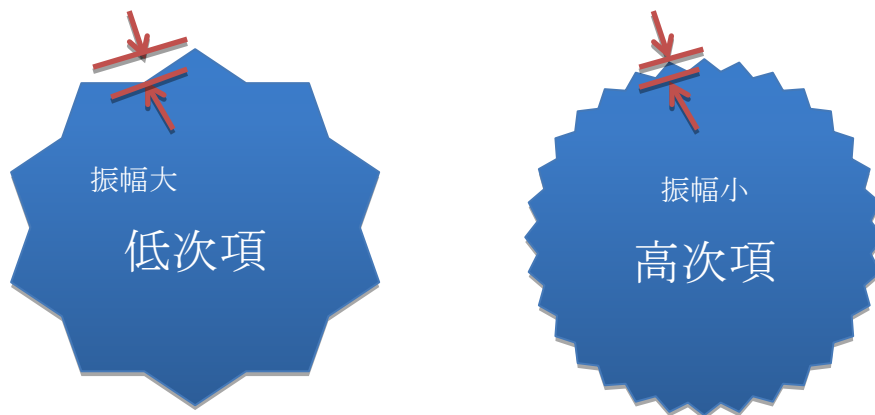


図 2-1

低次のものゝ振幅が大きくなり、高次のものゝ振幅が小さくなる様子を表している。天体に当てはめると、小さな天体は重力異常が大きいため表面が凸凹しており、大きい天体ほどアイソスタシーにより打ち消され異常が小さくなり表面はなだらかになる。つまり重力異常の振幅は次数の2乗に反比例して小さくなる。

2. 月・火星・地球・金星のカウラの法則

月、火星、地球、金星の重力データを解析してカウラの法則が成り立つのかを調べた結果が図 2-2-a から e である。月は Hanada et al., 2009、火星は David E. Smith et al., 1999、地球は Torsten Mayer-Guerr et al., 2004、金星は A. S. Konopliv et al., 1998 から重力データを得た。横軸が次数、縦軸がストークス係数の大きさである。縦軸は実際には次数 n の係数が $2n+1$ 個存在するので、それらを2乗して平均したものの平方根で代表させた。図 2-2-a から e の灰色の曲線はカウラ則のモデル曲線で、これら4つの天体では次数が大きくなると係数が小さくなるという特徴をよく表しているので、この法則はおおむね成り立っていると言える。

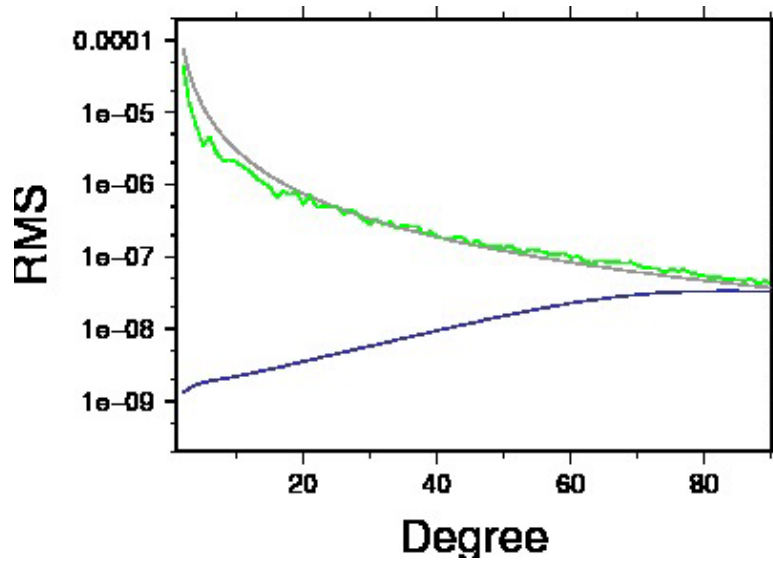


図 2-2-a 月のカウラの法則

縦軸が係数、横軸が次数で灰色の曲線がカウラの法則のモデル曲線、黄緑色が月の実測値。次数が大きくなると係数が小さくなるという特徴をよく表している。青い曲線が誤差である。高次になるほど誤差が大きくなるが、それでも 100 次までは誤差より実測値の曲線が上回っているため正確なデータといえる。

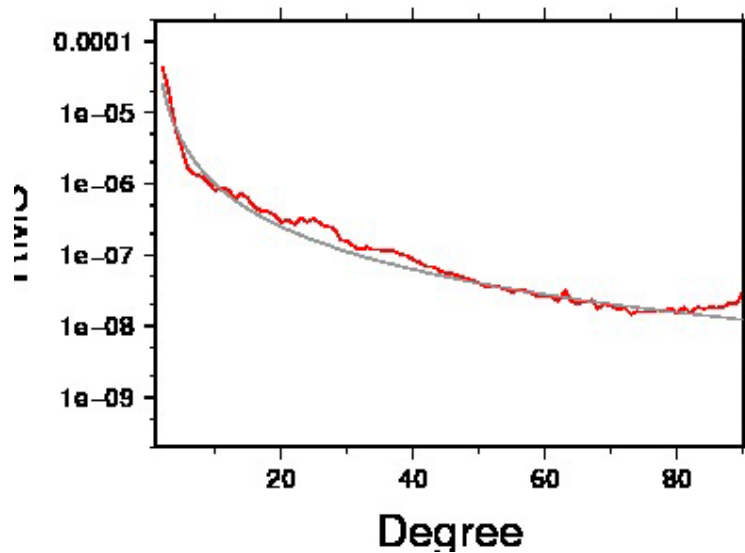


図 2-2-b 火星のカウラの法則

赤い曲線は火星の実測値でその他は上図と同じ。火星も次数が大きくなると係数が小さくなるという特徴をよく表している。

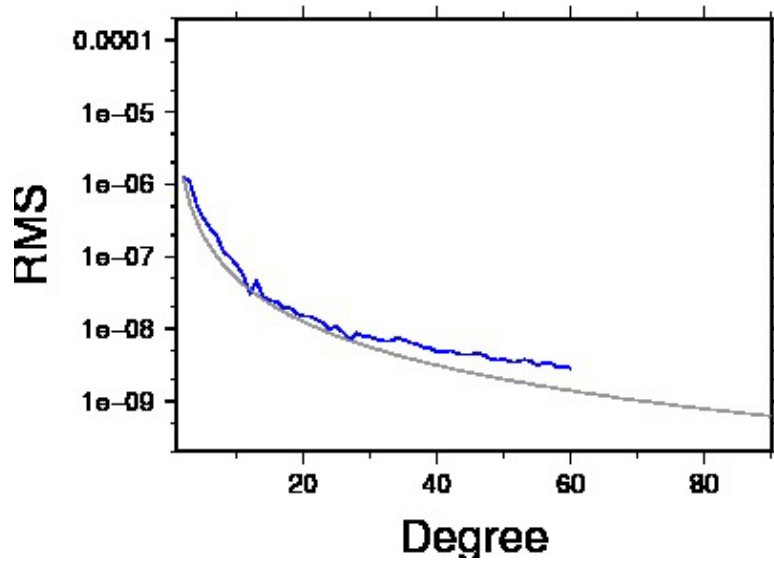


図 2-2-c 地球のカウラの法則

青い曲線は地球の実測値でその他は上図と同じ。地球も次数が大きくなると係数が小さくなるという特徴をよく表している。

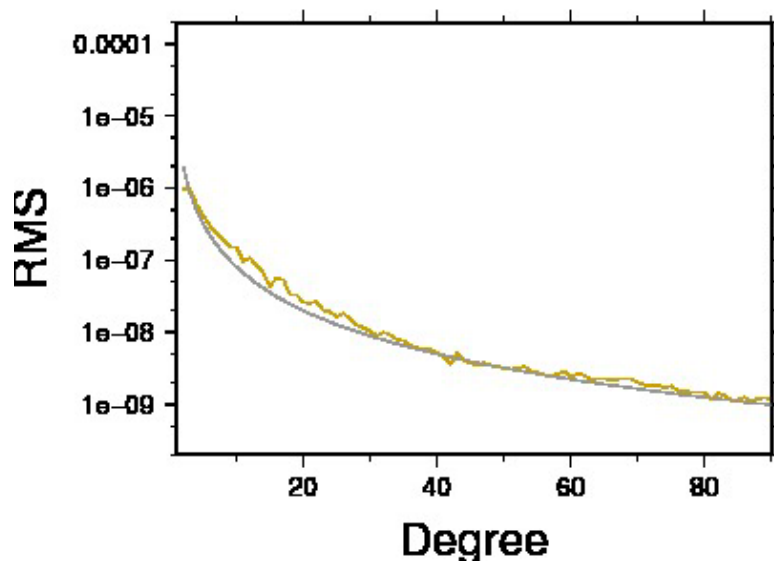


図 2-2-d

黄色の曲線は金星の実測値でその他は上図と同じ。金星も次数が大きくなると係数が小さくなるという特徴をよく表している。

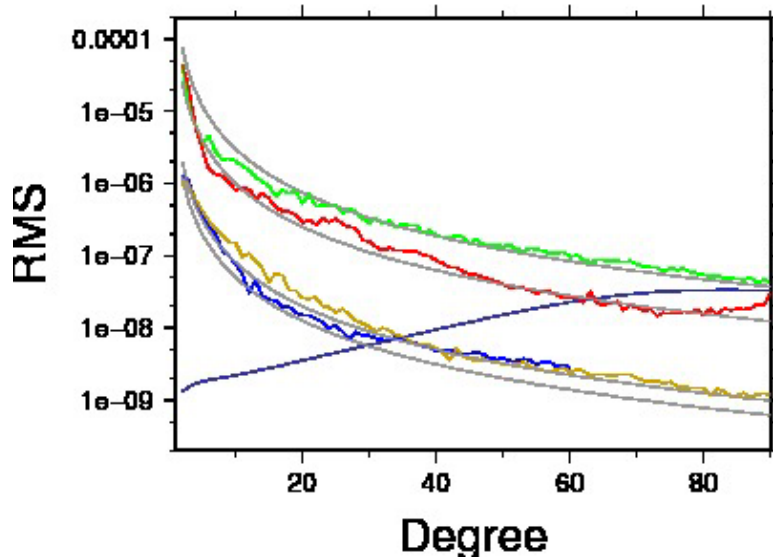


図 2-2-e 4つの天体のカウラの法則

横軸が次数、縦軸がストークス係数の大きさ。a-d までをまとめたもの。縦軸は実際には次数 n の係数が $2n+1$ 個存在するのでそれらを 2 乗して平均したものの平方根である。これら 4 つの天体は次数が大きくなると係数が小さくなるという特徴をよく表している。

3. カウラ定数

カウラ定数とは、図 2-2 の灰色のカウラ則のモデル曲線と実測値の誤差が最小になる値で、定義は以下の通りである。(地球の場合) 標準偏差を係数の個数で割り平方根をとったものがカウラ定数である。

$$s\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}_{\text{earth}} \equiv \left[\frac{\sum_{m=0}^l \{\bar{C}_{lm}^2 + \bar{S}_{lm}^2\}}{2l+1} \right]^{\frac{1}{2}} \approx 10^{-5} / l^2$$

誤差が最小になる値をこの 4 つの天体に関して求めた。その結果が図 2-3 である。縦軸は RMS misfit なので図 2-2 の縦軸とは異なり、実測値と平均値の誤差の平均であり、横軸はカウラ定数。解析した結果月は 0.00035、火星は 0.00013、地球は 0.0000082、金星は 0.00001 になった。これより、小さい天体ほどカウラ定数は大きくなることがわかる。

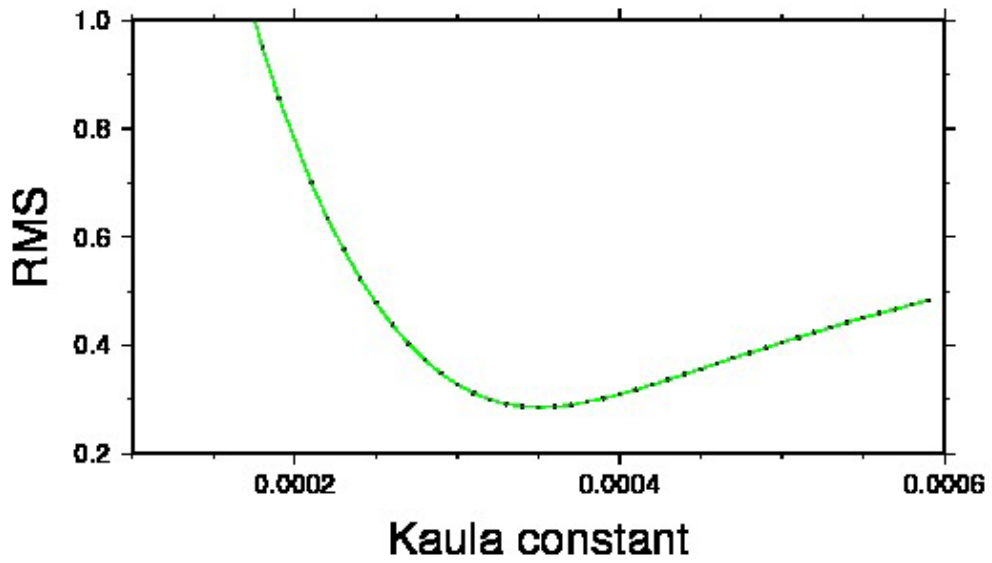


図 2-3-a 月のカウラ定数

縦軸は RMS misfit で実測値と平均値の誤差の平均、横軸はカウラ定数。値は 0.00035。

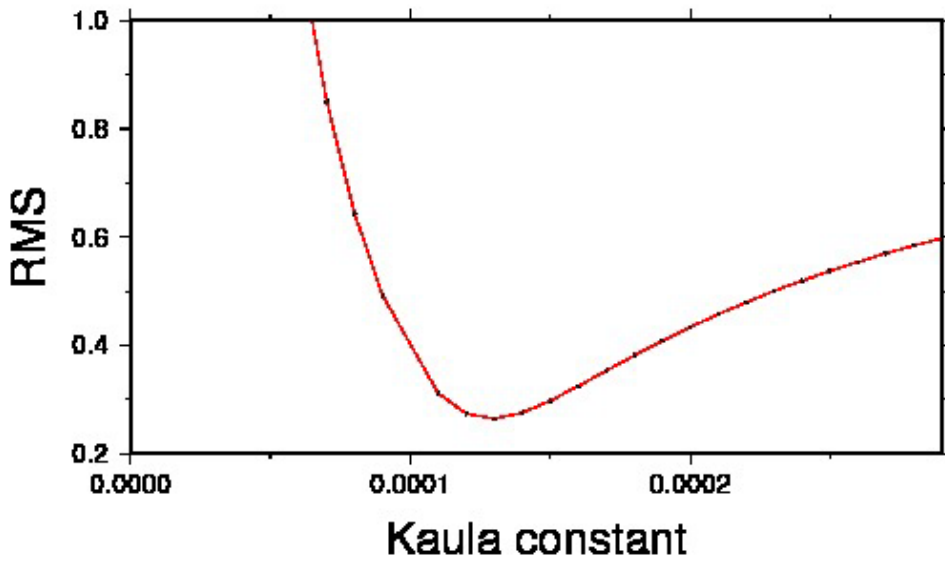


図 2-3-b 火星のカウラ定数

値は 0.00013。

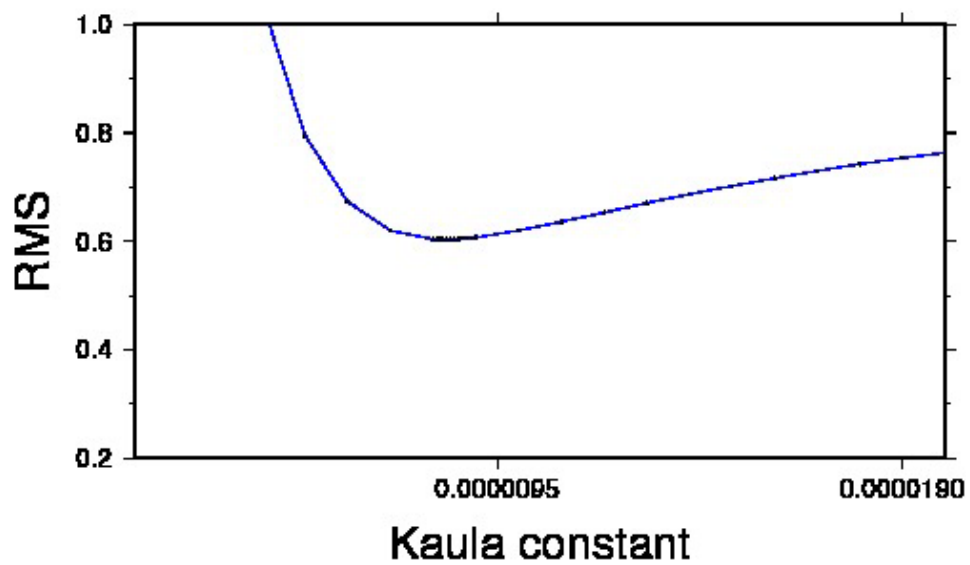


図 2-3-c 地球のカウラ定数
値は 0.0000082。

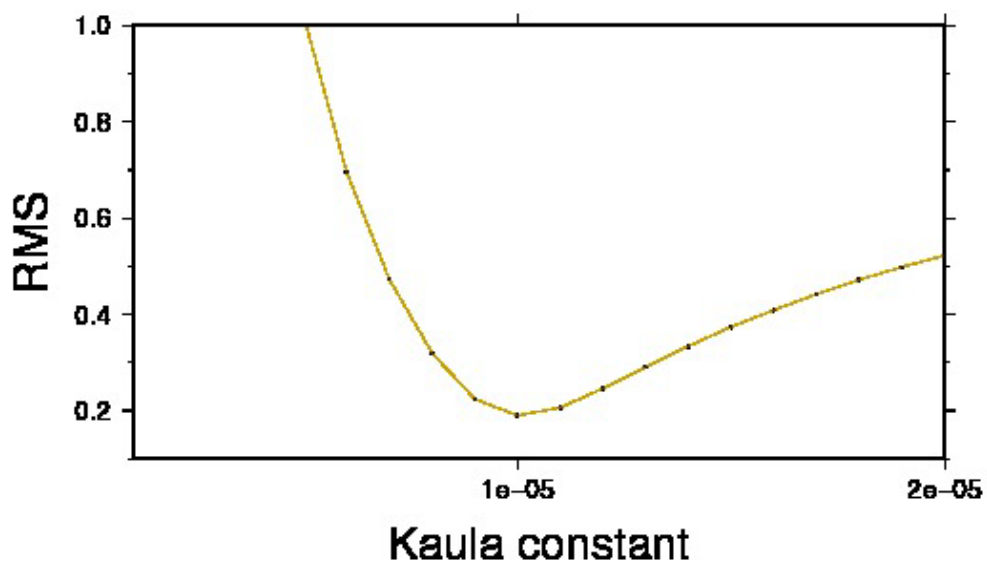


図 2-3-d 金星のカウラ定数
値は 0.00001。

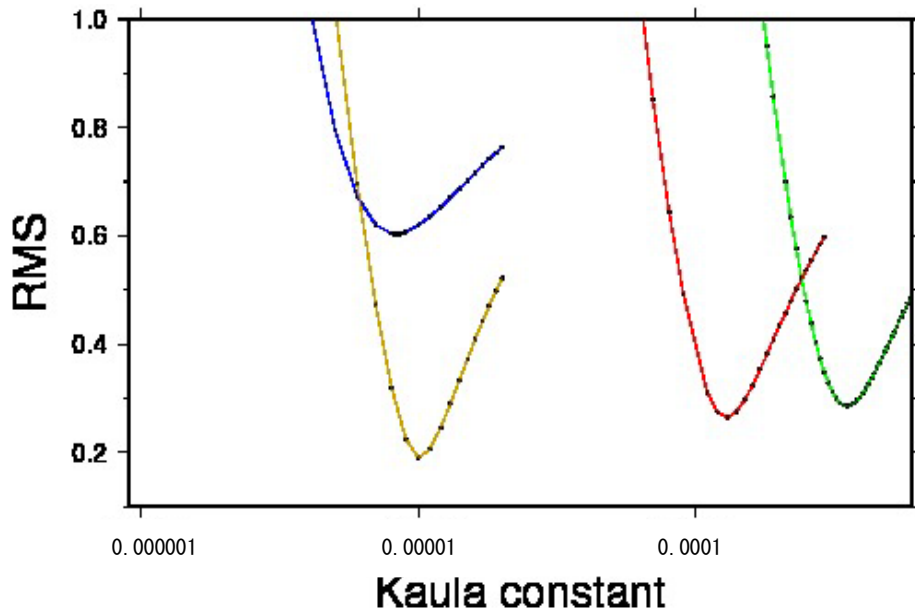


図 2-3 4つの天体のカウラ定数

4天体すべてのカウラ定数をまとめたもの。上図と同じで縦軸はRMS misfitで実測値と平均値の誤差の平均、横軸はカウラ定数。小さい天体ほどカウラ定数が大きくなる。

第3章 カウラ定数のスケーリング則

1. スケーリング則とは

重力場を球関数展開した係数（ストークス係数）の大きさが次数の二乗に反比例して小さくなるというのがカウラ則である。スケーリング則は、この比例定数を様々な地球型惑星や衛星で比較したときに、それらが天体の表層重力の2乗に反比例して小さくなるという法則である。本来の文献では、カウラ定数は半径の4乗に比例、質量の2乗に反比例するとなっているが、表層での重力が質量を半径の2乗で割ったものに比例することを考えると、上記のようなことになる。本研究では、カウラの法則の他にこのスケーリング則も成り立つのかも調べた。

このスケーリング則を図3-1に模式的に示す。同じ次数の重力異常を異なる大きさの天体で比較すると、小さな天体ほど振幅が大きくなることを示している。この原因の一つは、大きな天体は表面重力が大きいので（同一密度なら表面重力は半径に比例）、丸くならうとする力がより強く働くことである。さらに天体が大きいと、内部に熱を保ちやすい（放射性壊変による単位質量あたりの発熱量が同じなら、熱流量は半径に比例）ので、リソスフェアが薄くなり、アイソスタシーによって重力異常が打ち消されやすくなることも原因の一つであろう。

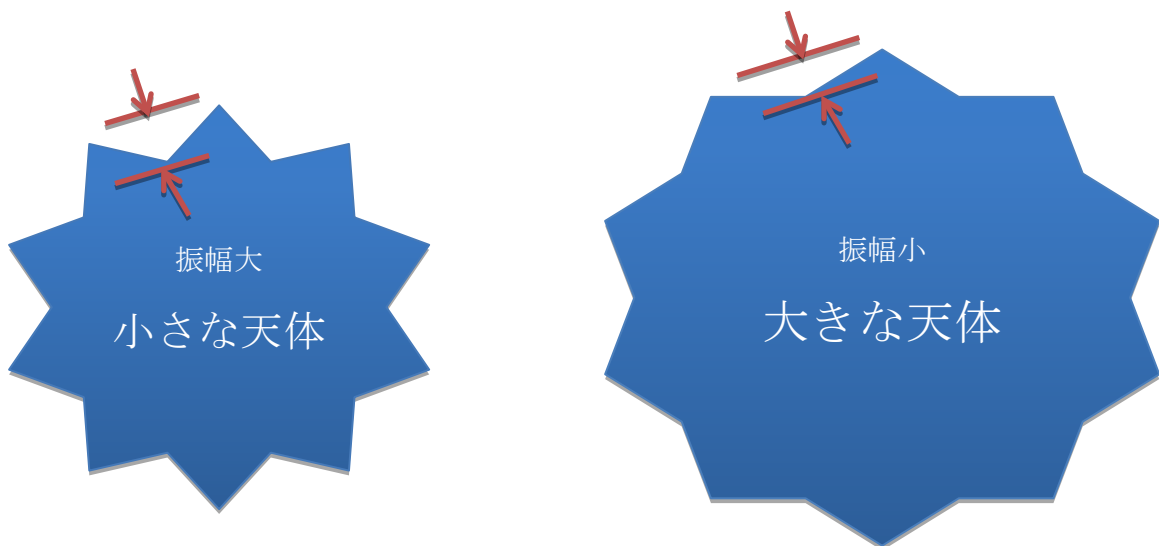


図3-1

同じ次数の重力異常を異なる大きさの天体で比較すると、小さな天体ほど振幅が大きくなることを示している。この原因の一つは、大きな天体は表面重力が大きいので（同一密度なら表面重力は半径に比例）、丸くならうとする力がより強く働くことである。

図 3-2 はこれまでの4つの天体の重力異常を解析したものである。あえて同じカラー
スケールで描くことで、地球型惑星や衛星の中では大きい方である地球や金星は前述の
通りアイソスタシーが良く成り立っているため重力異常が比較的小さい様子がわかり、
図 3-1 をわかりやすく反映している。この図は 100 次で解析したが現在では地球は 360
次、月は 450 次まで解析でき高解像度の重力場地図をつくることが可能になった。

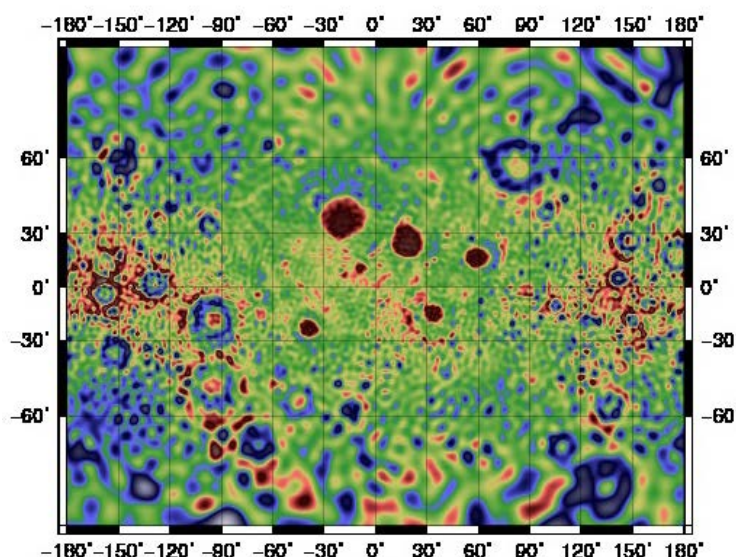


図 3-2-a 月の重力異常 (Hanada et al., 2009 からデータを得た)

大きさの異なる4つの天体のフリーエア重力異常を同じカラースケールで描いたもの。月は地球、金星
に比べて小さな天体で、それほどアイソスタシーがはたらいておらず異常が大きい (特に裏側の重力異常
が大きい)

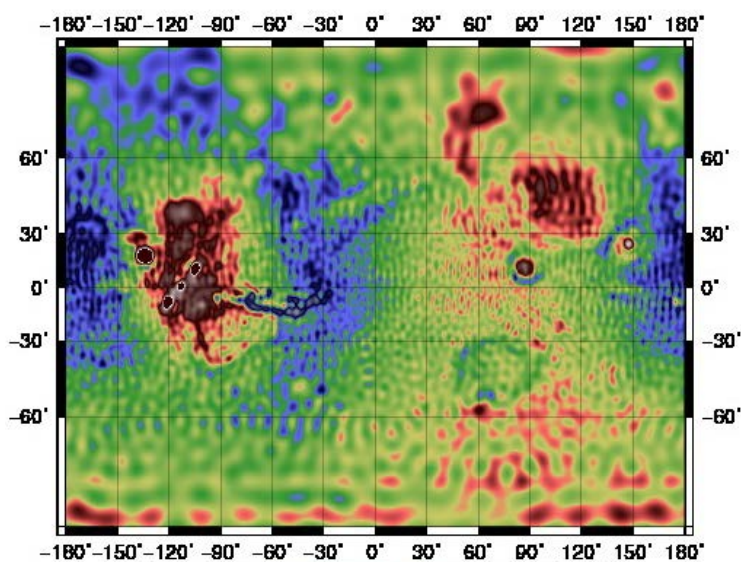


図 3-2-b 火星の重力異常 (David E. Smith et al., 1999 からデータを得た)

大きさの異なる4つの天体のフリーエア重力異常を同じカラースケールで描いたもの。火星も月と同じ
で4つの天体の中では重力異常が大きい。

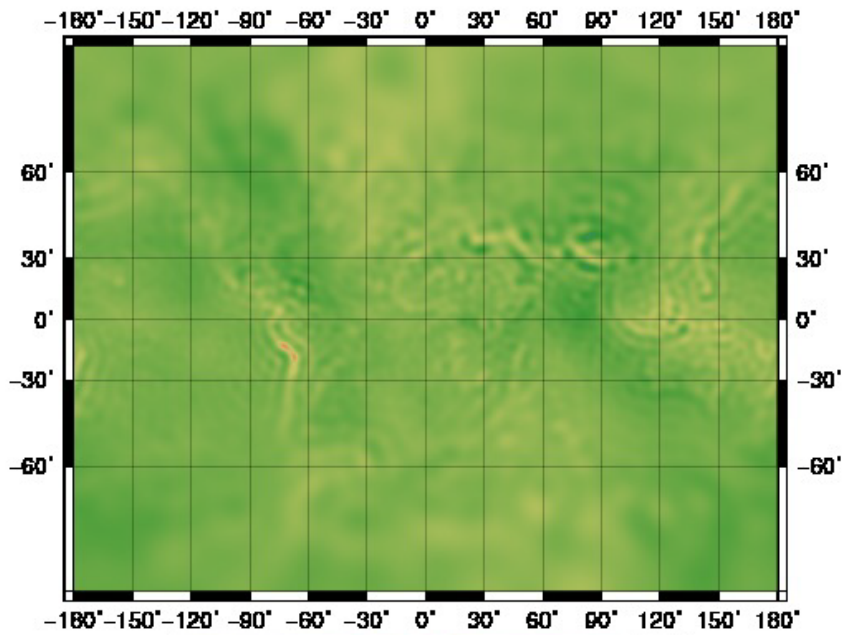


図 3-2-c 地球の重力異常 (Torsten Mayer-Guerr et al., 2004 からデータを得た)

大きさの異なる4つの天体のフリーエア重力異常を同じカラースケールで描いたもの。月、火星に比べて大きい天体である地球、金星はアイソスタシーがよくはたらいており重力異常が相対的に小さい。

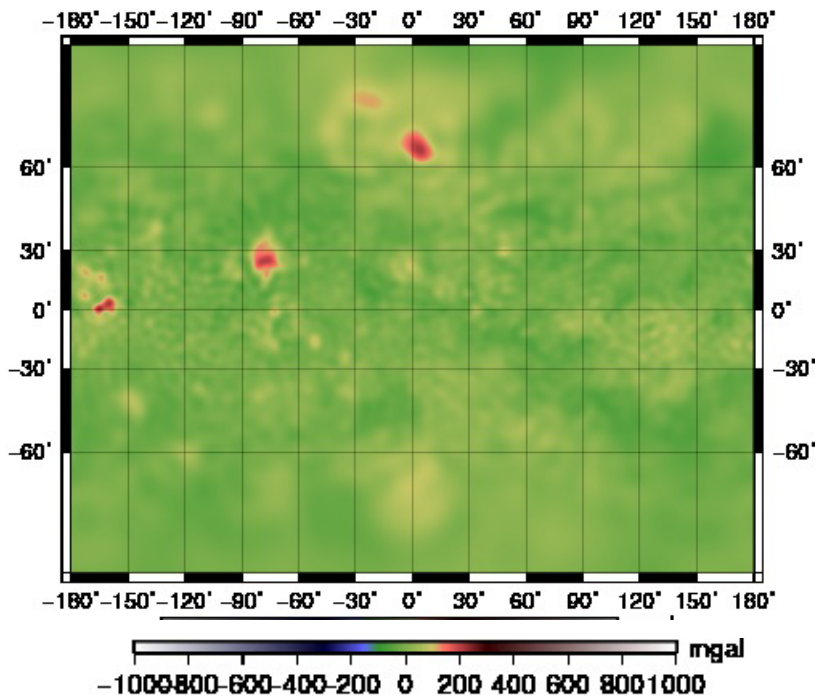


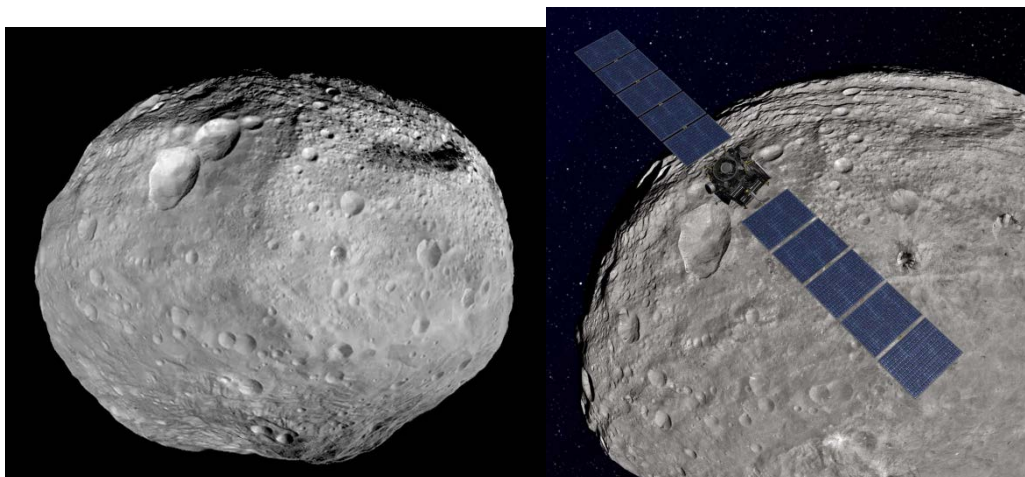
図 3-2-d 金星の重力異常 (A. S. Konopliv et al., 1998 からデータを得た)

大きさの異なる4つの天体のフリーエア重力異常を同じカラースケールで描いたもの。金星も地球同様アイソスタシーがよくはたらいており比較的重力異常が小さい。

2. 小惑星ベスタ

これまで調べてきた4つの天体に加え、より小さな小惑星でもスケーリング則が成り立つかを調べたい。小惑星の中では一番大きいセレスでも直径約910kmと月の半分程度と、これまでに見てきた天体に比べると大分小さい。ここで、ある程度重力場が調べられている小惑星ベスタに関して概略を述べておく。

ベスタは火星と木星の間を公転している小惑星である。直径は約500kmで、セレス、パラス(直径約520km)に次いで小惑星帯では3番目に大きい。ベスタはNASAが2007年に打ち上げた探査機ドーンにより地表の地形や組成に関して詳細が調査された。ドーンのリモートセンシングによるスペクトル観測により、表面の物質が隕石のような始原的な物質ではなく分化した物質であることが見いだされた。これはベスタは小惑星としては珍しく、太陽系の惑星のように天体内部が層状構造となっていることを示唆している。ベスタの一番外側はマグマオーシャンから晶出した低カルシウム輝石が表面を覆っており、その下はユークライトの上部地殻、ダイオジェナイトの下部地殻、次いでオリビンのマントルで構成されていると推測されている。ベスタは表面地形が詳細に調べられており、地形を構成する物質の密度を適当に仮定することにより、重力分布に換算することができる。すなわちベスタの重力分布は他天体のように探査機の軌道変化の計測から求めたわけではなく、計測された地形と密度の仮定に基づいて計算されたものであることに注意が必要である。



<http://dawn.jpl.nasa.gov/>より

図 3-3 ベスタの地表の様子

半径が約500kmと月の3分の1程の小さい天体のため、重力異常は相対的に大きいと考えられる。

3. 重力とカウラ定数のスケーリング則

図 3-4 に月、地球、火星、金星、ベスタの表面重力とカウラ定数の関係を示す。縦軸がカウラ定数、横軸が表面重力である。スケーリング則が成り立っていれば、これらのデータは赤い直線と同じ傾きを持つ線上に分布するはずである。カウラ定数の値は前の章で求めたものを用い、ベスタに関しては前述の通り地形モデルから推定されたものでおよそ $1.1E-2$ とした。(A. S. Konopliv et al., 2010) 表層重力は地球を 1.00 とすると月は 0.17、火星は 0.38、金星は 0.91 とした。

5つの天体はおおむね赤い直線にのっており、ストークス係数が表層重力の2乗に反比例して小さくなるというスケーリング則が大体成り立つことを示唆している。この法則からずれる天体は内部の物質や温度に特徴があると思われるが、未発表ながら MESSENGER の観測によると水星はこの法則から外れるらしい(S. J. Goossens, NASA/GSFC personal communication)。水星内部はコア（金属）の部分が相対的に大きく、低次の部分の重力異常を小さく抑えているからであると推測されている。それは岩石に比べ金属が相対的に粘性が低いいためそうなると考えられる。

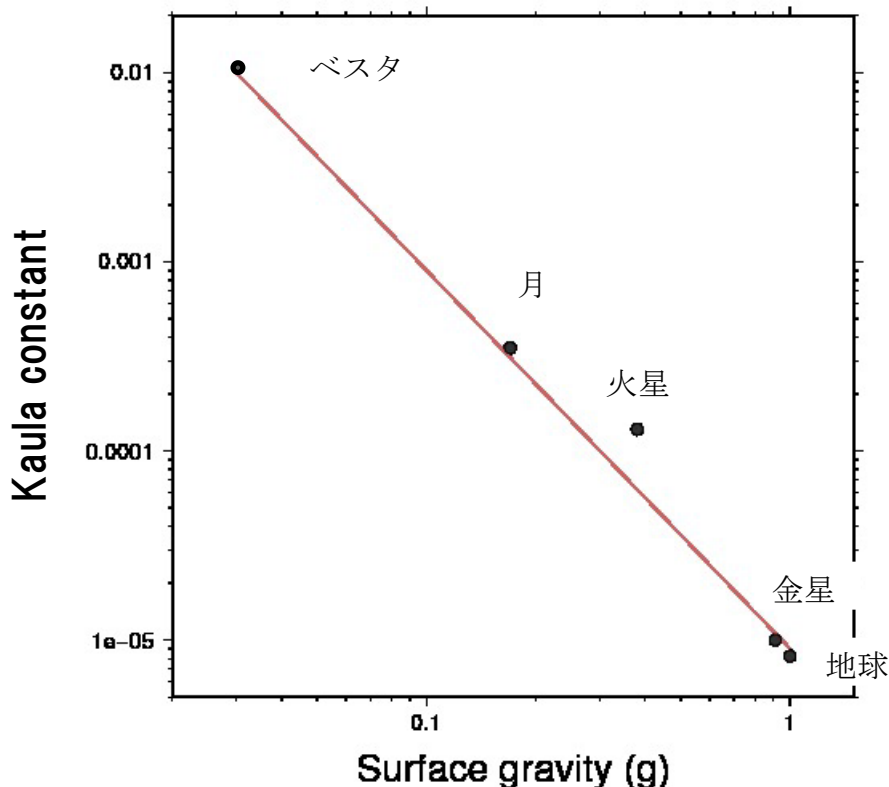


図 3-4 ベスタ、月、地球、火星、金星の五つの天体について

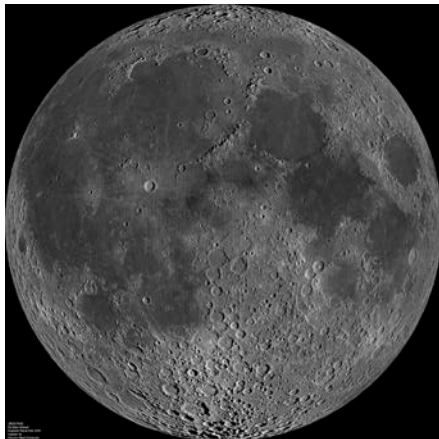
表層重力（地球を 1 とする）と重力のカウラ定数を比較したもの。スケーリング則が成り立てば、これらの点は赤い直線と同じ傾きを持って線上に分布するはずである。

第4章 月の表裏の二分性

1. 月の表裏の特徴

月の表と裏はほぼ正反対の特徴を示している。例えば表側は地殻が比較的薄く、平坦な地形であるが、裏側は地殻が厚く凸凹で高地が多い。また表側は海とよばれる玄武岩地域が広範囲に広がっており、マスコンと呼ばれる大きな正の重力異常を示す盆地があるが、そのほかの部分の重力異常の振幅は小さい。一方裏側は大規模な海がなく、重力異常の振幅が大きい。図4-1は表裏の地表の様子であり、表側と裏側の地形の違いが顕著に見てとれる。更に表側には熱源となる放射性物質が多く存在することもわかっている。

表



裏

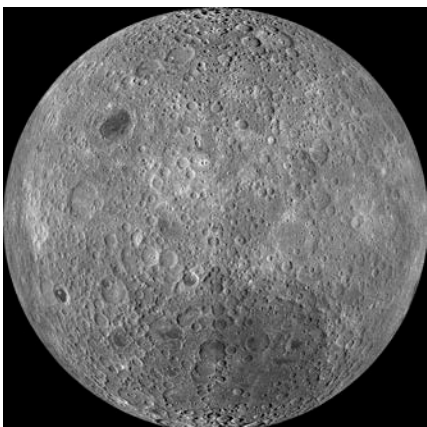


図4-1 写真に見る月の表裏の比較、

<http://photojournal.jpl.nasa.gov/target/Moon> より。月の表は玄武岩で覆われた海が大きな面積を占めている。裏側にはほとんど海はなく、隕石が衝突した跡のクレーターで覆われている。表側の地形は比較的平坦であるのに対し、裏側は高地が多いなど、表と裏で特徴が二分している。

2. 二分性の原因（仮説）

1で述べたような二分性が生じる原因として、現時点では大きく以下の3つが提唱されている。

①潮汐作用 (Garrick-Bethell et al., 2010)

これは、かつて月と地球の距離が小さかった時代に月の表側の潮汐力が裏より大きく、表側に潮汐加熱が効果的に働いたとする説である。

②衝突 (Jutzi&Asphaug, 2011)

これは、月の起源とされる出来事であるジャイアントインパクトで生じた小さな月 (a companion moon) が月の裏側に衝突して堆積し、地殻が厚くなったとする説である。

③衝突 (Nakamura et al., 2012)

これは大きな衝突によって、表側に存在する嵐の大洋 (Procellarum basin) が生じ、表側の表層が再溶融したとする説である。

ちなみに、上の3つ以外ではParmentierが提唱したマントル転倒説がある。月の初期にマグマオーシャンが固化するのに伴い結晶分化作用が起こり、月の深部ほど密度が低い物質が蓄積し逆に浅部ほど密度の高い物質が蓄積する。そのため重力的に不安定となりマントル転倒が起こる。そのため放射性物質が深部に移動し、それが熱源となることでマントルが再溶融して火成活動が発生する。つまりマントルの再溶融が起こるのに月の表裏で時間的なずれが生じれば熱史が変化し、二分性が生じたとする説である。

(Parmentier et al., 2002)

3. 天体内でのカウラ定数の違い

前述の通り、月の表裏の二分性はかなり顕著である。それは部分的には月の熱の歴史、“熱史”の違いを反映していると推測できる。たとえば表側は比較的最近まで火成活動があり、大規模な衝突に続く大量の玄武岩溶岩の噴出があった。また重力異常の振幅が小さいのはリソスフェアが薄くアイソスタシーの達成度が高いことを反映していると考えられる。一方裏側は、モスクワの海を除いて衝突盆地は溶岩で埋められていない。また地形の凹凸がそのまま重力異常に反映されており、これらの地形はモホ面の起伏をもたらさずに厚いリソスフェアに力学的に支えられているように見える。こういった熱史の違いは重力場の凹凸の度合に反映されているだろう。3章では、異なる天体間のカウラ定数を比較し、その大きさの違いが天体の全体的な重力異常の凸凹の物差しとして有用であることを議論した。本章では、月の表裏の重力場の違いをカウラ定数の違いとして定量化し、その値がどの程度異なるかを推定してみたい。それは、表と裏の熱史の違いを表す一つの指標となるだろう。

しかし球関数は本質的にグローバルな関数であるため、表と裏の半球でそれぞれのカウラ定数を通常の方法で直接求めることは不可能である。ではストークス係数を半球でどのように定義できるだろうか。本研究では、全球が表だけ、裏だけになる仮想的な月を考え、それらの重力場についてストークス係数を改めて推定し、それらを用いてカウラ定数を調べるといった手順をとった。

① 仮想的な月

月の経度は表側の中心が0度と定義されている。従って、表側は経度0~90度と270~360度の部分である。ここでは経度90~270度の裏側に相当する部分に、表側と同じ重力異常の分布を仮定することによって、全球が表に相当する重力場を持つ仮想的な月を考えた。図4-2-aにその様子を示す。

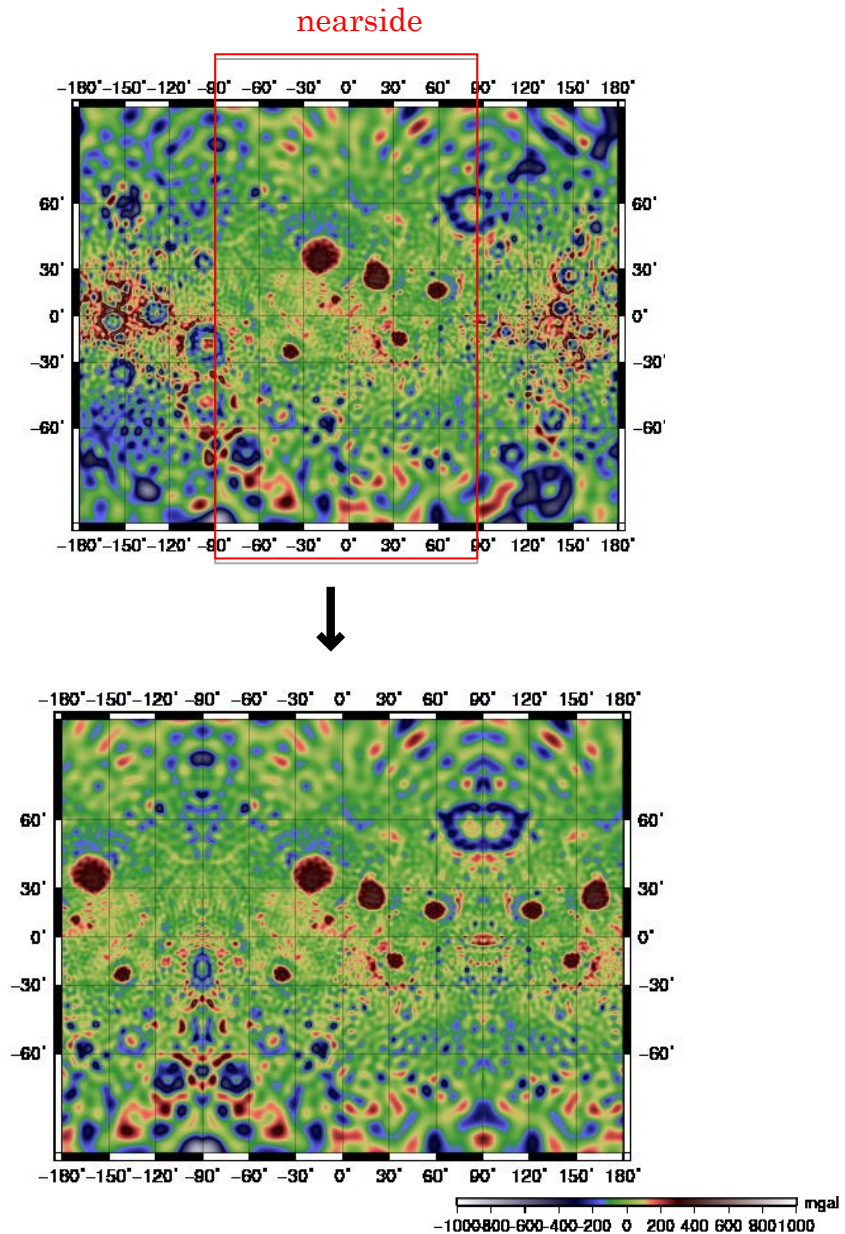


図4-2-a 全球が表の仮想的な月の重力場

経度90~270度の裏側に相当する部分に、表側と同じ重力異常の分布を仮定した。

月の裏側に相当する経度 90~270 度の部分と同じ重力異常を、本来表側である部分に仮定し、全球が裏側に相当する重力場を持つ仮想的な月を考えた。図 4-2-b はその様子を示す。

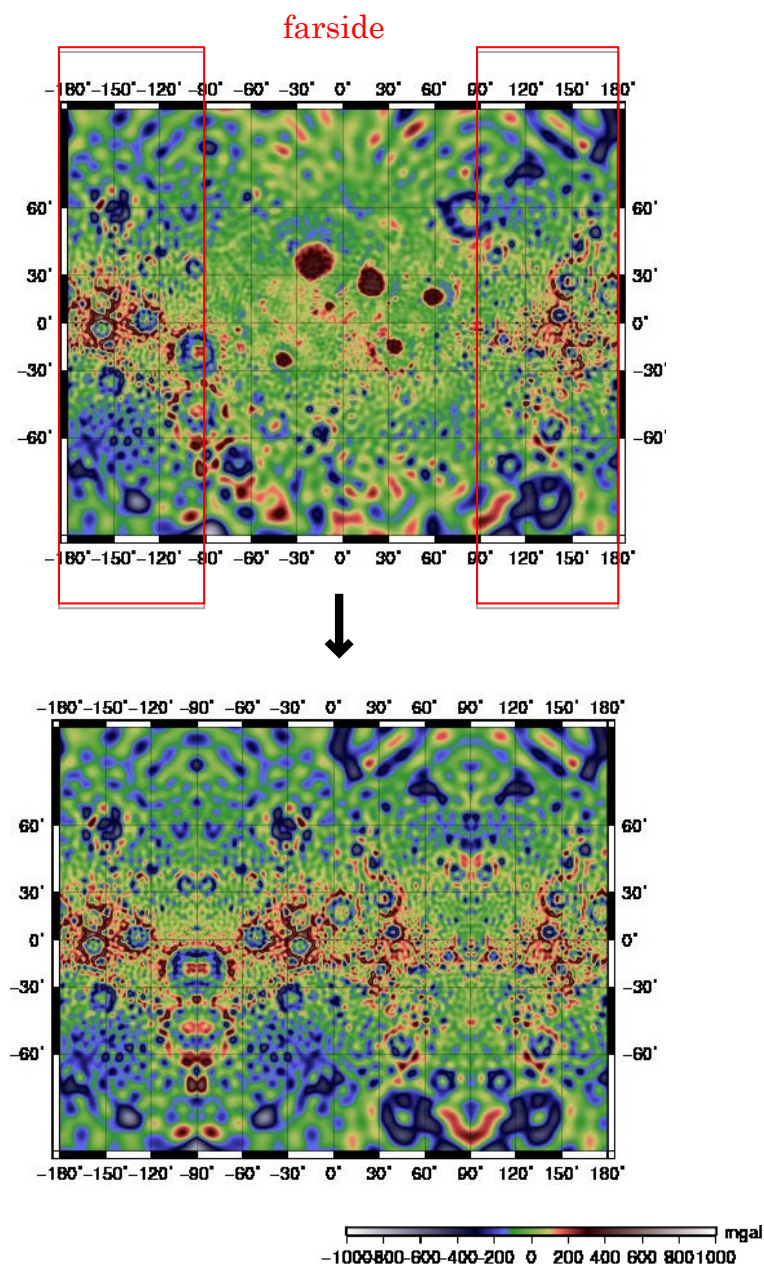


図 4-2-b 全球が裏の仮想的な月の重力場

月の裏側に相当する経度 90~270 度の部分と同じ重力異常を、本来表側である部分に仮定した。

② ジオイド高になおす

次に全球が表、または裏の仮想的な月その1とその2の重力場をカウラ定数の形で比較してみよう。そのためには、いったん重力場を球関数で展開してストークス係数に変換する必要がある。重力場よりジオイド高の方が単純な数式で球関数展開できるため、重力場で行ったことと同じ操作をジオイド高で行い、両面が表の仮想的な月と両面が裏の仮想的な月をジオイド高で求める。ちなみにジオイド高とは、地球では等ポテンシャル面のうち平均海水面に一致するものの、基準楕円体からの高さであるが、月には海面がないため平均半径の球面を高さの基準としている。図4-3-aと図4-3-bはそのようにして求めた仮想的な月のジオイド高である。以下の式はストークス係数で表したジオイド高である。

$$h = R \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\varphi + \bar{S}_{nm} \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta)$$

h はジオイド高変化、 $\bar{C}_{nm}\bar{S}_{nm}$ は標準偏差。 h は標準偏差を球関数に掛けたものの重ね合わせで表現できる。

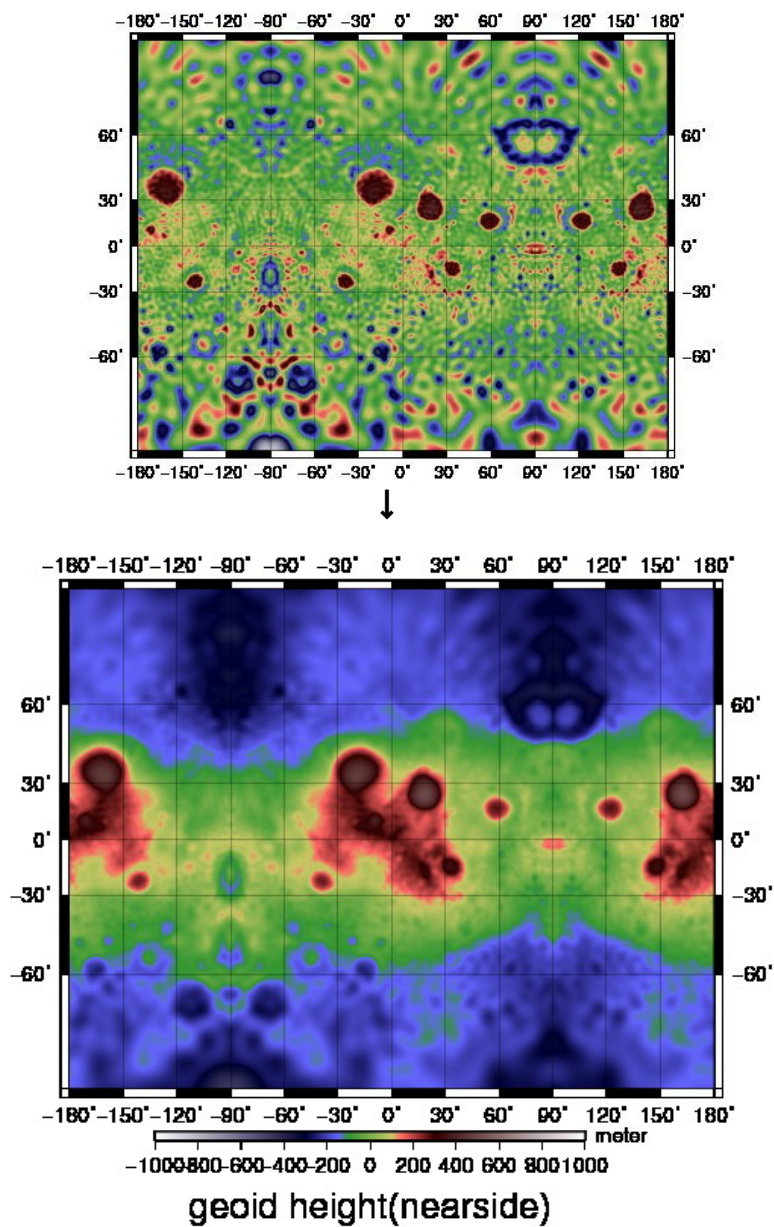


図 4-3-a 月の仮想的な重力場から求めたジオイド高

上図が全球が表の仮想的な月の重力場（図 4-2-1）で、下図がそれから求めたジオイド高。重力場よりジオイド高の方が単純な数式で球関数展開できるため、一旦ジオイド高に直した。

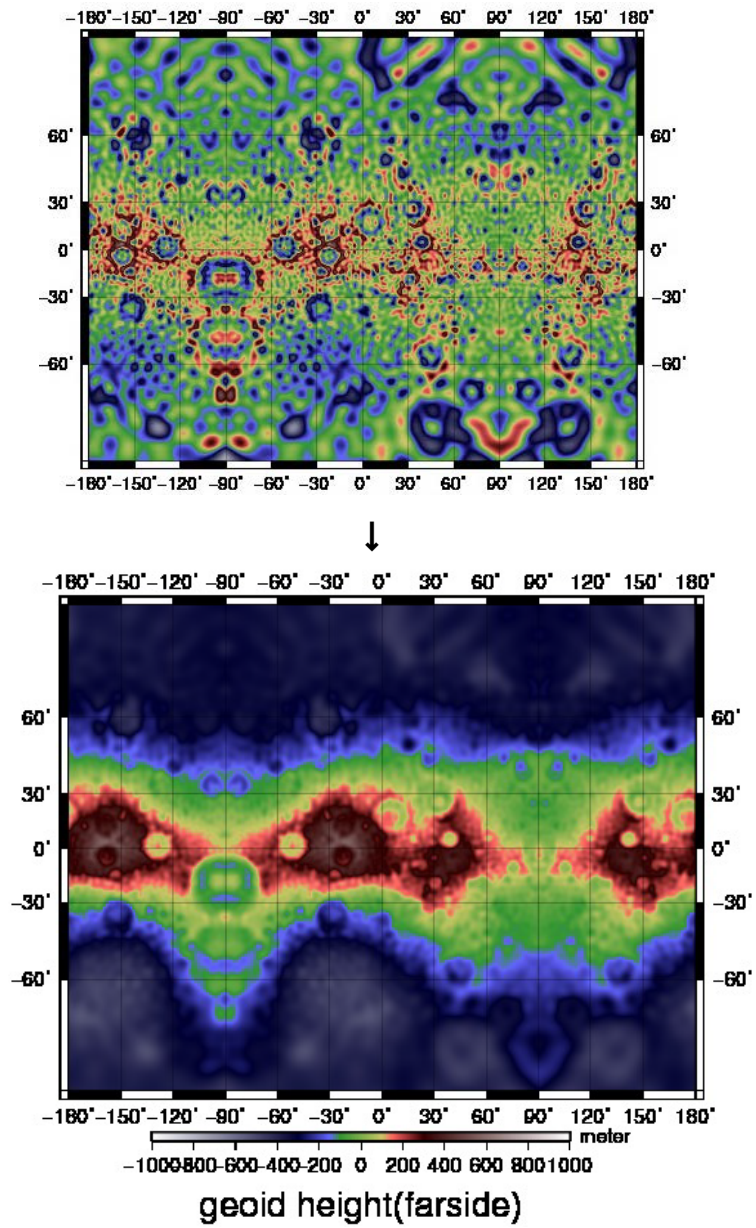


図 4-3-b 月の仮想的な重力場から求めたジオイド高

上図が全球が裏の仮想的な月の重力場（図 4-2-2）で、下図がそれから求めたジオイド高。図 4-3-1 と同じく重力場よりジオイド高の方が単純な数式で球関数展開できるため、一旦ジオイド高に直した。

表も裏もジオイド高に直すと重力異常の図に比べ割と滑らかで単純になる。それは下記のストークス係数から重力場を求める式とジオイド高を求める式を比較するとわかるように、重力場を求める式の各項では高次項の成分をより強調するような式になっているからである。

$$F = \frac{GM}{r^2} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n+1) \left(\frac{R}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\phi + S_{nm} \sin m\phi) P_{nm}(\sin \theta) \right\}$$

球関数で表した重力の大きさ。R は月の標準半径、F は重力の大きさを $C_{nm} S_{nm}$ はストークス係数。 P_{nm} は球関数。

$$h = R \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\phi + \bar{S}_{nm} \sin m\phi) P_n^m(\cos \theta)$$

そして最後にジオイド高のデータから球関数展開をしてストークス係数を求め、カウラ定数を導く。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \times h \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m\phi \\ \sin m\phi \end{Bmatrix}$$

ジオイド高からストークス係数を求める式。h は上式で求めたジオイド高。

③ 仮想的な月：カウラの法則

今まで4天体のカウラの法則を求めた時と同じように、横軸に次数を取り、縦軸にその次数のストークス係数の自乗和の平方根を取った図を示す。

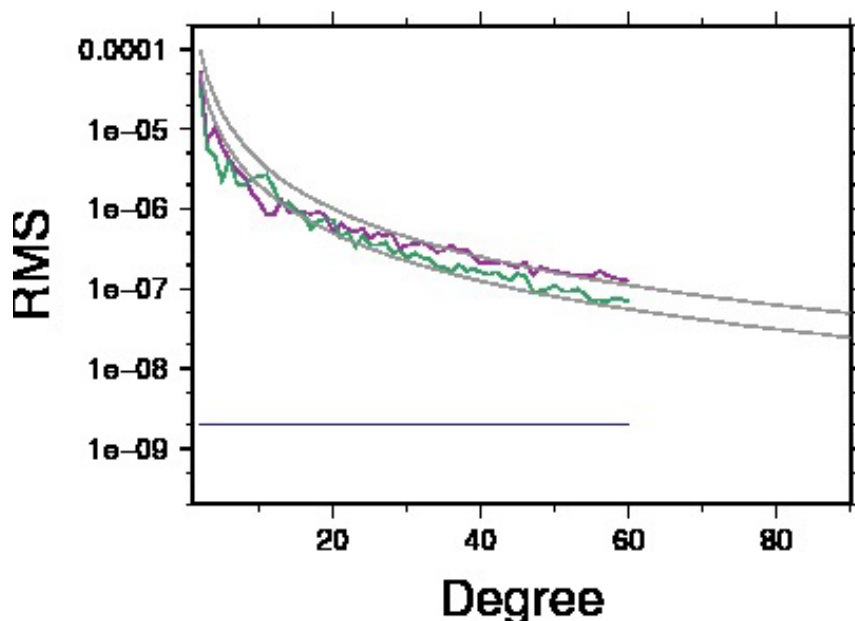


図 4-2 月の表裏について、ストークス係数と次数の関係を比較したもの。紫色の曲線が裏側だけの、緑色の曲線が表側だけの仮想的な月の係数を示す。双方とも係数は次数の自乗に反比例するというカウラの法則が成り立つ。裏側の方がやや係数が大きい（カウラ定数が大きい）。カウラの法則に従うことと、カウラ定数が表裏で異なることを確認するのが目的なので、この図では 60 次までしか解析していない。

④ カウラ定数

表側のカウラ定数は 0.00024 、緑色の曲線の方。裏側のカウラ定数は 0.00036 で紫色の曲線の方。裏の方が若干カウラ定数が大きいのは月がマグマオーシャンの頃、裏側の方が表側よりも地表が比較的早く冷めて固まったため隕石の衝突による細かいクレーターが消えずにそのまま残ったものが多く、表側よりも重力異常が大きくなってしまいそれがカウラ定数に反映されたと考えることができる。

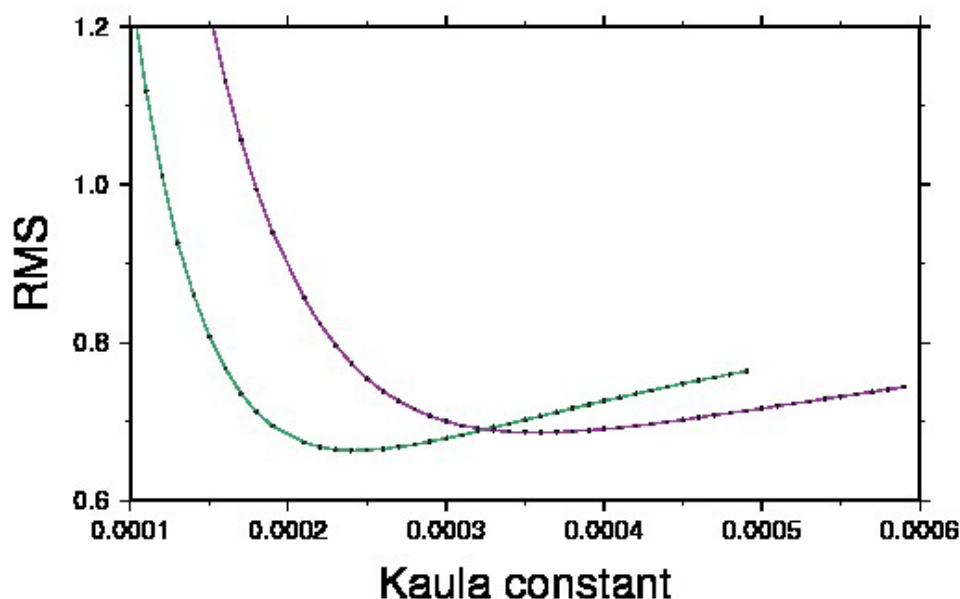


図 4-3 表側のみ、裏側のみという仮想的な月のストークス係数について、様々なカウラ定数を仮定してカウラ則からのずれをプロットしたもの。

既に、月、地球、火星、金星で行ったのと同じ手法で、仮想的な月その 1 とその 2 に対して、実測値とモデルの差が最小になるようにカウラ定数を求めた。表側のカウラ定数は 2.4×10^{-4} と推定された（緑色の曲線）。裏側のカウラ定数は 3.6×10^{-4} となった（紫色の曲線）。

⑤ 表裏のカウラ定数の違い：考察

前述の通り、表裏の二分性は衝突や潮汐加熱などの結果、天体の熱的な状態が表と裏で異なる状況になったことによると考えられる。従って、月の熱史を表と裏で比較することは二分性の原因の解明につながるだろう。また二分性の原因の解明は、月の起源の解明にも繋がる。本研究で月の表裏のカウラ定数を比較した理由は、月の起源や進化を探るにあたって、熱史の解明の重要性を証明するためである。

第二章で、月を含めた4天体のカウラ定数は、天体のサイズが大きいほどアイソスタシー補償の達成度合いが高く、重力異常が小さくなる（図 3-2 参照）、すなわちカウラ定数が小さくなることを示した。月の表裏のカウラ定数を求めた結果、表側が 2.4×10^{-4} で裏側が 3.6×10^{-4} であり、裏の方のカウラ定数が若干大きくなった。それは熱史の違い（具体的には衝突盆地が形成された頃のリソスフェアの厚さの違い）を反映していると考えられる。熱史の違いの尺度として、重力異常の大きさを一つの数字で代表できるカウラ定数は極めて有用であるといえよう。しかし表裏のカウラ定数はそれほど大きな差ではないことが図 4-4 からわかる。これはスケーリング則の図で、表裏のカウラ定数の値を加えたものである。このような微々たる差でも表裏で熱史に違いがあったことを示唆できる。

第5章 今後の展望

1. 今後取り組みたい研究

本研究では月、火星、地球、金星についてカウラ則やスケーリング則を調べてきたので、今後はそれに加え水星についても研究していきたいと思っている。図 3-4 に作成したスケーリング則のグラフに水星のカウラ定数を加えると、水星だけ他の地球型惑星が乗る赤い直線から下に有意にずれるらしい(S. J. Goossens, GSFC, pers. comm.)。それは水星の内部を構成する物質の物性が他の4天体とは異なることを示唆している。MESSENGER で測定された水星の全球重力場が公開された時点で、水星について重力異常やカウラ定数などを調べ、水星の形成や進化などの解明に繋げていきたい。

さらに月において、カウラ定数の違いを用いて天体の二分性について調べたので、今後は火星など月以外の二分性を示す天体についても調べてみたい。火星は南北両半球で特徴が分かれており、南北のそれぞれの半球のカウラ定数を比較するのは興味深い。火星の北半球の低地は月の表側と同様に、巨大な衝突が原因と考える説が有力視されており、そういった二分性の原因を探ることも重要な研究対象である。

最後に、本研究では月の重力場の解析は本研究では SELENE (かぐや) から得たデータを使用していたが、米国の月の最新探査ミッション GRAIL (Gravity Recovery and Interior Laboratory) のデータが公開されるのを機に、より詳細な月の重力場を調べて月の起源や成り立ちなどの研究に新しい切り口で挑んでいきたい。

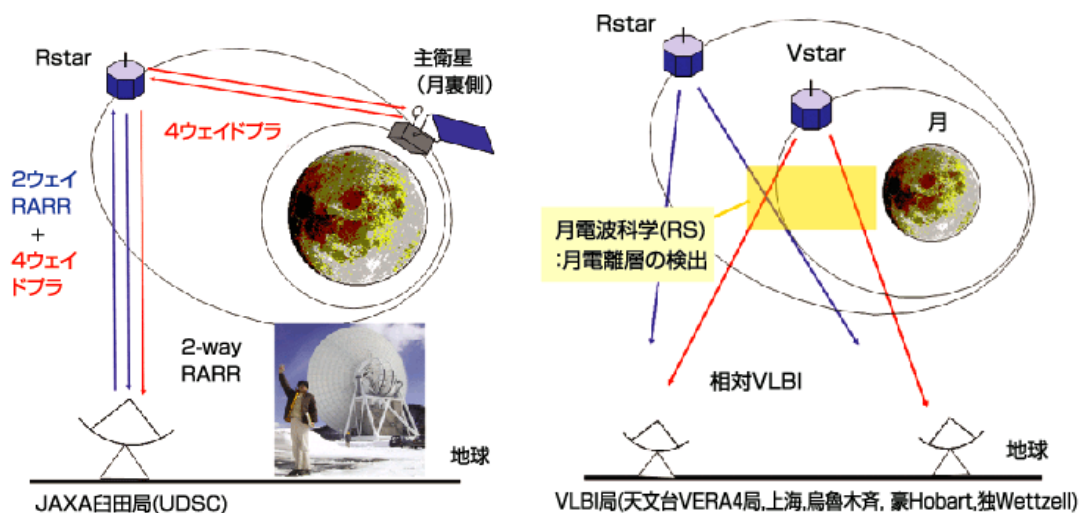
2. 月の重力探査の歴史

現在までに得られた月の全球重力場モデルは、GRAIL という最新の月の重力探査のために打ち上げられた双子衛星から得られたものが、最も高精度である。ここで簡単に月の重力探査の歴史を振り返ってみる。

従来月の重力探査は地球局と月を周回する衛星の間のドップラー追尾法 (2-way Doppler tracking) と呼ばれる方法が主流であった。これは地球上の局から衛星に向けてマイクロ波を照射し、それを受信した衛星が地球局に向けてマイクロ波を返信するという仕組みである。ドップラー効果によって送信周波数と受信周波数が異なるため、この違いにより衛星の視線方向の速度を観測できる。(Sjogren et al., 1972)。視線速度から衛星の軌道を推定し、軌道要素の時間変化から重力の非球対称成分の情報が得られるわけである。

しかし月は同期自転をしているため、衛星が月の裏側を周回している間は地球から電波を送受信できない。そのため 2-way Doppler では月の表側の重力データしか直接得る

ことができなかった。その問題を解決したのが、日本の JAXA が 2007 年に打ち上げた SELENE (かぐや) である。SELENE は 4-way ドップラー観測 (4-way Doppler tracking) を採用し、表側より若干精度は劣るものの裏側の重力場の直接計測に初めて成功した。この観測法は Rstar(おきな) という小型のリレー衛星を用いていることが特徴で、主衛星が月の裏側にいる間にリレー衛星がその信号を地球の局にリレーし、ドップラー周波数を計測するのである。更に相対 VLBI という手法により子衛星が発する電波を追跡して軌道を決定し、重力場の精度を高めている。こちらは 2 つの子衛星 (Rstar, Vstar) に搭載された電波源からの電波を国立天文台の地上望遠鏡で受信する。子衛星間の距離の 2 重差を 1 mm の精度で観測できるため大気、電離層による揺らぎがキャンセルされる。そして SELENE の次に開発されたのが米国の GRAIL である。それについては次項で説明する。



http://www.kaguya.jaxa.jp/ja/equipment/rsat_j.htm より

図 5-1 4-way ドップラー観測と相対 VLBI。4-way ドップラー観測は Rstar(おきな) というリレー衛星を用い、月の裏側にいる主衛星の発射する電波をリレー衛星が地球局に中継することによって、裏側にいる主衛星のドップラー周波数を計測するものである。相対 VLBI は 2 つの子衛星 (Rstar, Vstar) に搭載された電波源からの電波を地上の電波望遠鏡で受信し、子衛星間の距離の 2 重差を 1 mm の精度で観測するものである。

3. GRAIL

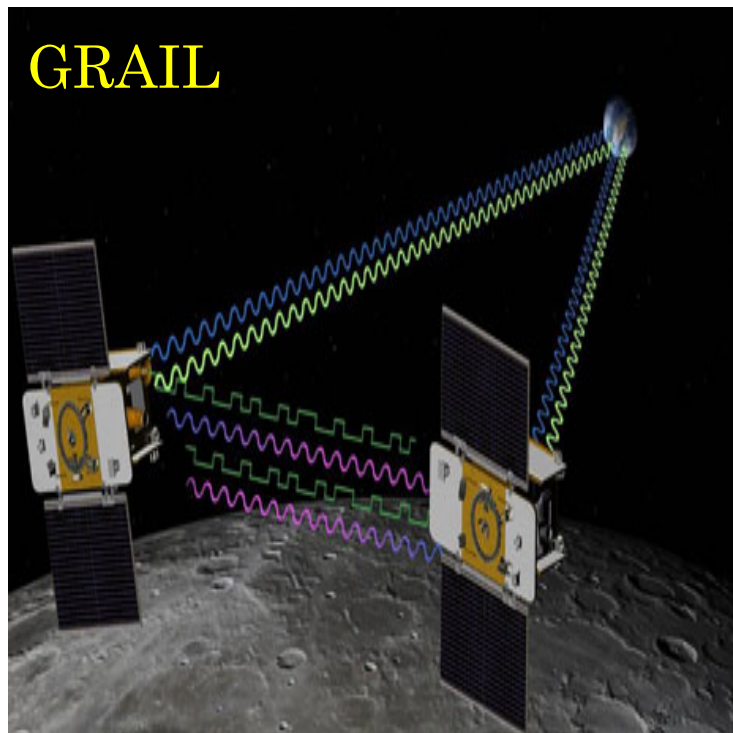
今後の研究で GRAIL のデータを使用していきたいと考えているため、GRAIL に関して説明する。一言でいえば GRAIL は双子衛星間の距離変化により重力場を計測する GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) の月版といえるものである。ちなみに GRACE は地球の重力探査機で、重力の時間変化という切り口で気候変動や地震時の質量移動に関して様々な成果を上げている。ちなみに本研究でプロットした地球の重力データは GRACE のものを使用した。

①GRAIL の仕組み

GRAIL は GRACE と同じように 2 機の衛星を使用している。この双子衛星間の距離をマイクロ波測距システムという方法で図ることで重力異常を解析することができる。マイクロ波測距システムとは高度約 50km の軌道上を 2 つの衛星が離れて周回し、重力の変化によって伸び縮みする互いの距離を正確に測定することで重力場を計測する方法である。SELENE におけるリレー衛星を用いた月の裏側の重力計測の手法を、H-L SST (High-Low Satellite-to-satellite tracking) とすると、GRAIL や GRACE の手法は L-L SST (Low-low Satellite-to-satellite tracking) と言える。お互いの距離を測定するだけでなく、地球と 2 つの衛星の距離も計測している。この三角測量のような仕組みが高精度な重力場の計測を可能にしている。最低で高度 50km と非常に低い軌道も大気のない月でのみ実現できた特徴であり、地球でも達成できない重力場高次項の計測を可能にしている。



<http://science.nasa.gov/missions/grail/>より



<http://science.nasa.gov/missions/grail/>より

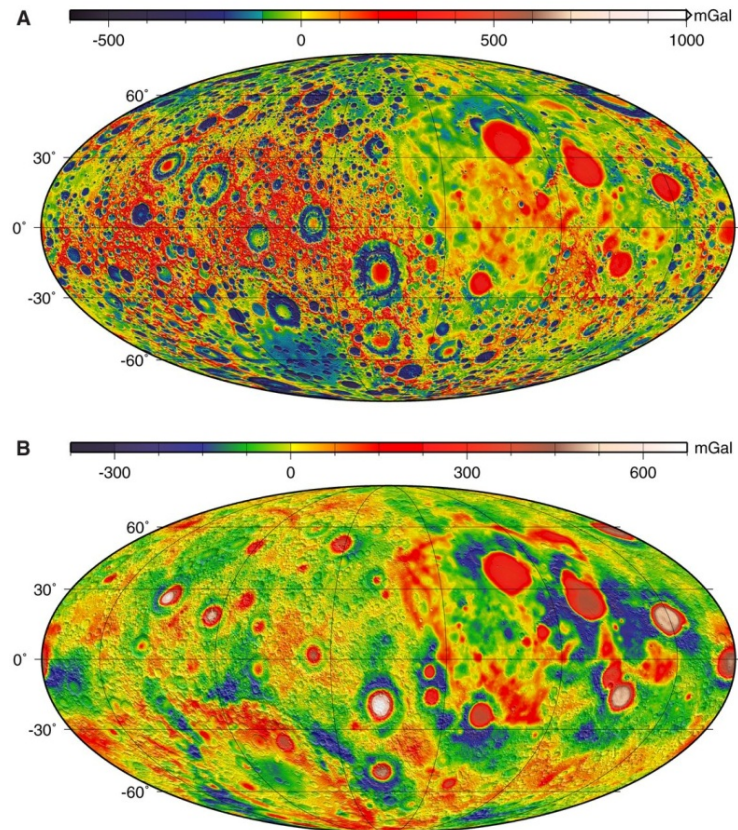
図 5-2 双子衛星を用いた重力探査用の月周回衛星システムである GRAIL のしくみ。マイクロ波測距システムで双子衛星間の距離を計測する。高度約 50km の同一の軌道上を 2 つの衛星が離れて周回し、月の重力場の非球対称成分の変化によって伸び縮みする互いの距離を正確に測定して、月の全球重力場を計測するシステムである。

② GRAIL の性能

GRAIL は前述のような仕組みで重力場を測定するが、得られる重力場は SELENE (かぐや) をはるかに凌ぐ高精度を誇る。図 5-3-a, b は GRAIL のデータを用いて Zuber et al. (2012) が解析した重力異常図で、A がフリーエア異常、B がブーゲー異常である。ブーゲー異常は低次項を取り除いたもので、この図では 6 次以下を取り除いてある。ちなみにフリーエア異常とは、天体の中心からの距離の補正であるフリーエア補正を施したもので、アイソスタシーからのずれとして物理的な意味がある。ブーゲー異常とはジオイド (平均海水面) と測定点間の物質 (主に地殻岩石) の引力を補正したブーゲー補正を施したもので地下構造を反映する。GRAIL の月重力場モデルは最大次数が 420 次と高く、細かい重力異常まではっきりと見える。

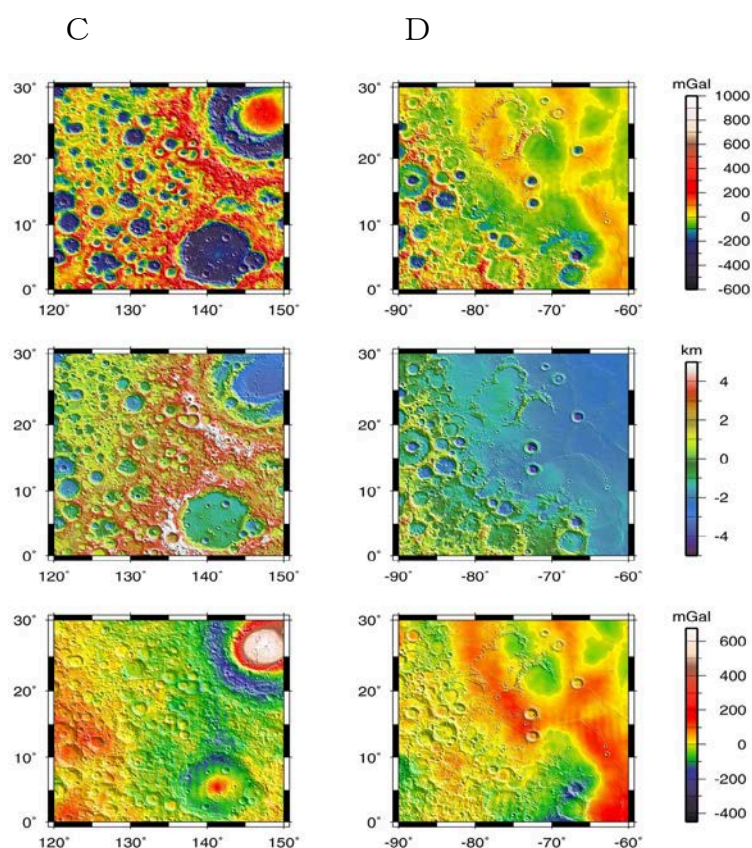
ここで明らかになったことの一つとして挙げられるのは、月の表裏の重力異常はともに 98% 以上は地形の凹凸を反映したものであるという点である (Zuber et al., 2012)。

例えばクレーターのようにへこんだ地形では重力が小さく、クレーターのリムや高地の山脈では重力が大きくなるという具合である。特に裏側はそれが顕著である。Bのブーゲー異常の図からわかる通り、モホ面の起伏のような地表下の構造が作る重力異常はそれほど大きくない。地形に起因しない重力異常の顕著な例が、表側に多く存在するマスコン盆地の正の重力異常である。それらはブーゲー異常の図でもはっきり見えている。



Zuber et al. (2012) より

図 5-3-a GRAIL のデータをもとに描いた重力異常図。GRAIL のデータを用いて Zuber et al. (2012) が重力異常を解析したもので A がフリーエア異常であり、B がブーゲー異常である。ブーゲー異常は低次項を取り除いており、この図では 6 次以下を取り除いてある。420 次で解析されているため細かいところまでハッキリと見える。

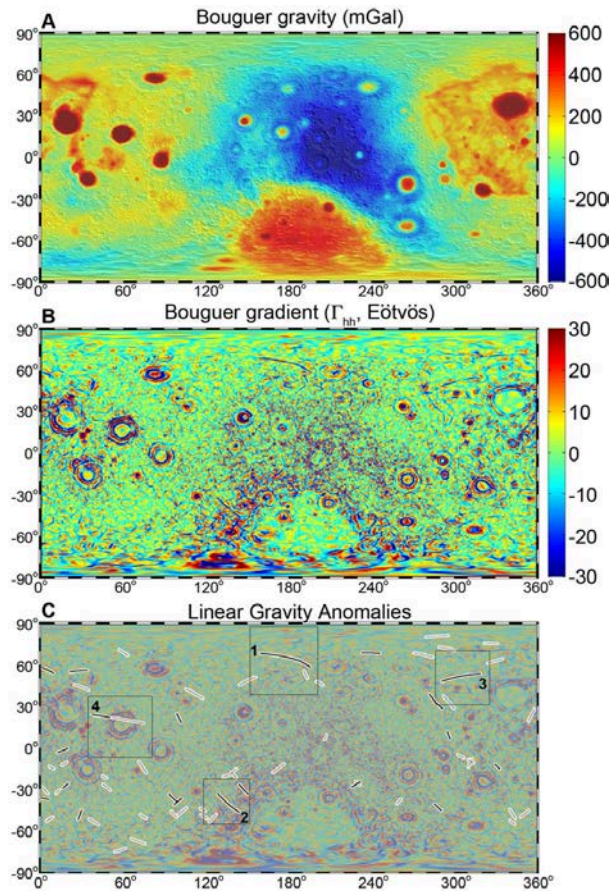


Zuber et al. (2012) より

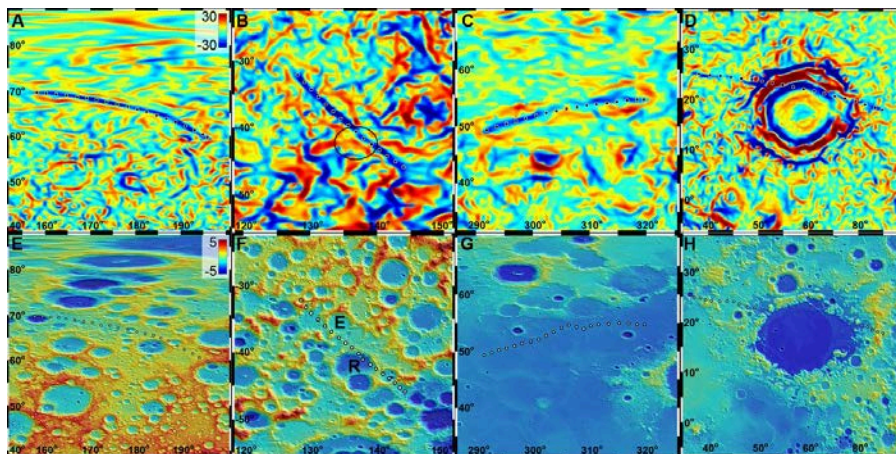
図 5-3-b 図 5-3-1 から特徴的な地形を抜き出したもの。C, Dともに上からフリーエア異常、地形、ブーゲー異常である。Cはコロレフ衝突盆地周辺を、Dは嵐の大洋の西端をピックアップしたもの。ブーゲー異常の図からわかるように地表下に正の大きな重力異常をもたらす構造が存在することを示唆している。

詳細なブーゲー異常図からは、今までの解像度ではわからなかった地下の構造まで推定できる。月の初期の歴史の証拠となる表層の地形は隕石の衝突などによりほとんど消えてしまっているが、地下の構造は保存されていることが多いからである。Andrews-Hanna et al. (2012)では、興味深い地下構造を示唆するブーゲー重力異常が発見されたのでそれを紹介する。図 5-4 はブーゲー異常とその空間勾配の図であり C はそれらの特徴的な重力異常を示す部分を切り出した図である。Cで示されているように線状の構造を持つ重力異常がいくつか観測されている。これは月の初期にマグマがマントルから湧き上がってくる時、マグマが面状に垂直に貫入してきてそれが重力異常として現れているのではないかと推測されている。さらにそれと同時にリソスフェアの膨張が起こったということがこの研究データで初めて裏付けられた (Andrews-Hanna et al., 2012)。このように知られざる地下の構造が明らかになっていくことで表層の特徴

だけではわからなかった熱史が明らかになり月の新たな局面を発見できることは非常に興味深い。



Andrews-Hanna et al. (2012) より



Andrews-Hanna et al. (2012) より

図 5-4 上からブーゲー重力異常 (A) ・その空間勾配 (B) の図であり C はその中で線上の構造が見える部分を強調した図、四角で囲った部分を下の図の A-H で示す。これはマグマがマントルから湧き上がってくる

とき、マグマが面状に垂直に貫入してきてそれが重力異常として現れているのではないかと推測されている。

4. 謝辞

この論文を書くにあたり研究室の方々には大変お世話になりました。特に指導教官である日置幸介教授にはプログラムの走らせ方、卒論のテーマや月に関する最新の研究についてなど、あらゆることを1から教えていただきました。大変感謝しております。

5. 参考文献

http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~geodesy/pdf/Matsuo_Msc_Thesis.pdf

http://www.kaguya.jaxa.jp/ja/equipment/rsat_j.htm

http://granite.phys.s.u-tokyo.ac.jp/ando/DPF091124/DPF091124_Matsumoto.pdf

http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~geodesy/pdf/ogawa_master.pdf

http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~psg/doc2011/tomomi_B/tomomi_B.pdf

地球物理学講義ノート 日置幸介

M. Zuber et al., Gravity Field of the Moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) Mission, Published December 5 2012, Science 8 February 2013: Vol. 339 no. 6120 pp. 668-671, DOI: 10.1126/science.1231507

G. Bethell et al., STRUCTURE AND FORMATION OF THE LUNAR FAR SIDE HIGHLANDS, Science 12 November 2010: Vol. 330 no. 6006 pp. 949-95, DOI:10.1126/science.1193424

J. Andrews-Hanna et al., Ancient Igneous Intrusions and Early Expansion of the Moon Revealed by GRAIL Gravity Gradiometry, Published December 5 2012, Science 8 February 2013: Vol. 339, no. 6120 pp. 675-678, DOI: 10.1126/science.1231753

Jutzi & Asphaug, Forming the lunar farside highlands by accretion of a companion moon, Published 3 August 2011, Nature 4 August 2011: 476, 69-72, DOI: 10.1038/nature10289

R. Nakamura et al., Compositional evidence for an impact origin of the Moon's Procellarum basin, Published 28 October 2012, Nature Geoscience 5 2012: 775-778, DOI: 10.1038/ngeo1614

W.L.Sjogren et al., Lunar Gravity via Apollo 14 Doppler Radio Tracking, Science 14 January 1972: Vol. 175

W. Kaula, 1963

D. Smith et al., The Global Topography of Mars and Implications for Surface Evolution, Science 28 May 1999: Vol. 284 no. 5419 pp. 1495-1503, DOI: 10.1126/science.284.5419.1495

T. Mayer-Guerr et al., The Regional Refinement of Global Gravity Field Models from Kinematical Orbits, Proceedings of the Joint CHAMP/GRACE Science Meeting. GeoforschungsZentrum Potsdam, July 6-8, 2004., p.14.1

A.Konopliv et al., Improved Gravity Field of the Moon from Lunar Prospector Received 1 July 1998, Science 4 September 1998: Vol. 281 no. 5382 pp. 1476-1480, DOI: 10.1126/science.281.5382.1476

H. Hanada et al., The Exploration of Lunar Gravity by VLBI Observations of SELENE (Kaguya), 2 May 2008, Trans. JSASS Space Tech. Japan Vol. 7, No. ists26, pp. Tk_1_Tk5, 2009

A.Konopliv et al., The Dawn Gravity Investigation at Vesta and Ceres, Published 24 June 2011, Space Sci Rev 2011: Vol. 163 pp. 461-486, DOI: 10.1007/s11214-01109794-8

Parmentier, E.M., S. Zhong, M.T Zuber, Gravitational differentiation due to initial chemical stratification: origin of lunar asymmetry by the creep of dense KREEP? Earth Planet, 11 January 2002, Sci. Lett., 201 pp. 473-480.