Mars Global Surveyor による 火星の測地学的研究

Geodetic Study of Mars with Mars Global Surveyor

北海道大学 理学部 地球物理学科 宇宙測地学研究室

松尾 功二

2008年1月31日

概要

Mars Global Surveyor によって火星の地形や重力等についての詳細なデータが 得られるようになった.火星は平坦な北半球の低地,起伏の多い南半球の高地とい う二分性に加え,様々な特徴的な地形を持つ惑星である.例えば,太陽系最大の火 山,Olympus Mons はその代表的なものである.Olympus Mons は,高さ 25km,幅 600km に及ぶ大規模な楯状火山である.しかし,これほどの規模を持つにも関わら ず,アイソスタシーが成立していない上,周囲の地殻物質より重い物質で構成されて きるという不思議な特徴を持っている.また,火星には Hellas と呼ばれる広大な衝 突盆地が存在するが,その大きさは深さ 7km,直径 1700km に及ぶ.他にも火星の 特徴的な地形として,北極と南極で発達する CO₂ と H₂O からなる氷床,すなわち極 冠が挙げられる.火星には季節的な降雪があるため,積雪によって極冠は季節的な 縮小,拡大を繰り返している.積雪は,日射量の多い夏で最小,日射量の少ない冬で 最大であり,火星に存在する CO₂ の約 3 分の 1 を地表と大気でやり取りしている. その量は,火星質量のおよそ 500 億分の 1 である.

本研究では、これら特徴的な地形の火星の重力場への寄与について解析を行 う. 解析には, Mars Global Surveyor (MGS) に搭載された Mars Orbitor Laser Altimeter(MOLA) によって得られた地形データと MGS 搭載の Ultrastable Oscilator for Doppler measurement(USO/RS) を用いた Doppler Tracking で得られた重力デー タを使用する.これらのデータは Planetary Data System (PDS) Geoscience Node (http://wwwpds.wustl.edu)で球面調和関数の係数として公開されている.そして球面 調和関数の計算には,日本測地学会から公開されている齋藤正徳氏作成のサブルーチ ン群 [1994] を用いた.これらのデータを解析することで,火星の地形と重力の相互 関係について考察を行う.そして,これらの相関から地下構造の推定を試みる.火星 の全球的な地下構造はどのような傾向であるのか,また Olympus Mons や Hellas 盆 地の下におけるアイソスタシー補償による Moho 面(地殻とマントルの境界面)の変 形はどの程度なのか,さらにそれらの度合いに見合うリソスフェア厚はどの程度で あるかを推定する、続いて、火星の積雪の季節変化に伴う重力場の季節変化につい て考察する.データは,1999年2月28日から2001年5月25日の間に MOLA に よって観測された高度データ (雪の深さ) と USO/RS の Doppler Tracking によって観 測された重力データを用いる.高度データは,David E.Smith,Maria T.Zuber,Gregory A.Neumann [2001] から,重力データは Alex S.Konopliv et al. [2006] の図から読み 取って用いた.高度データから積雪の質量の分布を求め,その質量から重力場の J_2 項とJ₃項を計算した.そして,それらとDoppler Tracking で実際に観測されたJ₂項 と J3 項の季節変化を比較することにより,それに見合う雪の密度の推定を行った.

目次

1	はじめに	3
1.1	Mars Global Surveyor	3
1.2	Mars Orbitor Laser Altimeter	4
1.3	Doppler Tracking	5
1.4	本研究の目的	5
2	火星の地形と重力	6
2.1	MGS データの検証	6
2.2	地形と重力の波数領域における相関係数	7
2.3	火星の地形図	8
2.4	火星のジオイド高................................	9
2.5	火星のフリーエア重力異常図.........................	10
2.6	火星のブーゲー重力異常図...............................	11
3	アイソスタシーとリソスフェア厚	13
3.1	アイソスタシー	13
3.2	見かけの山体密度から見るアイソスタシー	14
3.3	Olympus Mons と Hellas のリソスフェア厚の推定	21
4	火星の積雪に伴う重力の季節的変化の検出	30
4.1	火星の積雪と極冠・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	30
4.2	MOLA による積雪の深さの観測とその解析............	31
4.3	Doppler Tracking による J_2 項と J_3 項の観測	34
4.4	積雪量の季節変化....................................	36
4.5	積雪に伴う J ₂ 項と J ₃ 項の時間変化の算出	38
4.6	MOLA から導いた J 項と Doppler Tracking から得た J 項との比較	40
4.7	時間変化しない雪の密度の推定	41
4.8	時間変化する雪の密度の推定.............................	42
5	考察	44
6	謝辞	45
7	参考文献	46

1 はじめに

1.1 Mars Global Surveyor

Mars Golbal Surveyor(MGS) はアメリカ航空宇宙局 (NASA) によって打ち上げられ た火星探査衛星である. Mariner 計画, Viking 計画, Mars Pathfinder と続き, この Mars Global Surveyor (MGS) が打ち上げられた. MGS は 1996 年 11 月に打ち上げられ, 1997 年 9 月に火星に到達.2 年間に及ぶ空中制御を経て 1999 年 2 月から mapping mission を 開始した.そして 2007 年の 4 月に太陽電池の故障により活動を停止した. MGS には主 に以下のような 5 つの計測器が搭載されている.

* MOC (カメラ) - the Mars Orbiter Camera

* MOLA (レーザー高度計) - the Mars Orbiter Laser Altimeter

* TES (熱放射分析計)- the Thermal Emission Spectrometer

* MAG/ER (磁力計および電子反射計測装置) - a Magnetometer and electron reflectometer * USO/RS (ドップラー計測用超高安定発振装置)

- Ultrastable Oscillator for Doppler measurements

本研究では, MOLA で得られた地形データと, USO/RS によって計測された重力場デー タを用いる.



Fig.1 MGS と MOLA. Abshire[2000] より引用.

質量	電力	離心率	軌道傾斜角	軌道周期
1030.5kg	980W	0.7126	93°	11.64h

Table.1 MGS について

1.2 Mars Orbitor Laser Altimeter

Mars Orbiter Laser Altimeter(MOLA) とは, MGS に搭載されたレーザー高度計である. レーザー高度計とはその名の通り, レーザーを用いて地表の高度を測定する装置である. 衛星から地表に向かってレーザーパルスを照射し, パルス波の反射時刻から衛星と地表間 の直線距離を測定する.測定された直線距離に以下のような式を用いて幾何学的に地表高 度を計算することが出来る.

$$R_m = \frac{c\Delta T_{opt}}{2} \tag{1}$$

$$h = [R_{MGS}^{2} + R_{m}^{2} - 2R_{m}R_{MGS}\cos\varphi]^{1/2} - R$$
(2)

ただし R_m は MGS と地表間の直線距離, c は光速 (30km/s), R_{MGS} は MGS の軌道半径, φ は天底に対する角度, R は火星の半径,



Fig.2 MOLA による地形の測定 . Abshire[2000] より引用.

レーザーの波長	測定範囲	周波数	解像度	精度
1064nm	~ 120km	10Hz	3km	±10 <i>cm</i>

Table.2 MOLA について

1.3 Doppler Tracking

重力は Ultra Stable Oscillator(USO) を用いた Doppler Tracking によって観測される. Doppler Tracking とは Doppler 効果を応用した衛星の追尾手法である.今,球対称の質量 分布をもつ天体の地表にある質量を持つ物体があるとする.それによってその物体の上空 の重力ポテンシャルは減少する.力学的エネルギー保存の法則から,衛星はその物体に近 づくとともに加速する.また物体から遠ざかるに従って減速する.こうして位置エネル ギーと運動エネルギーの和を一定に保つのである.その加速度を Doppler 効果によって測 定することで重力ポテンシャルを計測することが出来る.MGS はその Doppler Traking でも,two-way Doppler という手法が用いられている.two-way Doppler とは,地球上に ある Deep Space Network(DSN) station から MGS に向かって X-band 帯 (7.9GHz)の電波 を 10s 間隔で発信し,MGS で受信した電波を 8.4Ghz に変換して DSN station に送信し返 すというものである.このような手法を用いることで地上の発振器の周波数のゆらぎが相 殺され,データのノイズが小さくなり,0.01mm/s 以下の精度で視線速度を計測すること が可能となる



Fig.3 two-way Doppler Tracking

1.4 本研究の目的

地形と重力には密接な関係がある.MOLAから得られた地形データに理論的な解釈を施すことで重力値を導くことが可能であり,そのようにして得られた理論値とDoppler Tracking で得られた観測値との整合性を分析することで,火星の内部構造や地形の構成物 質など様々な情報について考察を行うことが出来るはずである.本研究では,このような 宇宙測地技術を用いた観測データをもとに火星について理論的な考察をしていく.

2 火星の地形と重力

2.1 MGS データの検証

PDS Geoscience Node にて公開されているデータを用いて地形図と重力図の再現を試 みる.MGS が mapping mission を開始して以来多くのデータが公開されてきた.MOLA によって測定した地形データは,現在 gtm090aa モデル(最大次数 90) が最も新しい.本 研究では,この gtm090aa モデルを用いて解析を進める.一方,Doppler Tracking によっ て観測した重力モデルには幾つかの異なる種類のものが存在する.なぜなら,Doppler Tracking での観測から重力場モデルを作成する際に,非重力性の加速度,たとえば太陽 輻射圧,大気による抵抗,姿勢制御で生じる並進加速度などの影響を取り除くために適 用するモデルに違いがあるためである.ここでは,重力モデルの精度を議論するために, Kaura's rule[1966]を用いた比較検討を行う.Kaura's rule とは,球面調和関数の係数(ス トークス係数)の平方二乗平均(Root Mean Square)は,次数の逆2乗に比例するというも のである.

$$\sigma_n^2 = \sum_m C_{nm}^2 + S_{nm}^2$$
(3)

$$\sigma_n = \frac{k}{n^2} \tag{4}$$

 C_{nm}, S_{nm} はストークス係数, n は次数, m は位数, k は定数である.

観測値から求めた σ_n は Kaura's rule に従うはずである.この観点から, Neumann et al.[2004] は mgm モデルと jgm モデルを比較している.



Fig.4 kaura's rule と重力データの比較. Neumann et al. [2004] より引用.

Fig.4 によると, jgm モデルが最も Kaura's rule に近いものと考えられる.現在,最新の jgm モデルは jgm95i01 モデルが公開されている.本研究では,この jgm95i01 重力モデルを用いて解析を進めて行くことにする.

2.2 地形と重力の波数領域における相関係数

gtm090aa モデルの地形データと jgm95i01 モデルの重力データ間のそれぞれの次数に おける相関係数 (Correlation)を求める.相関係数とは,地形の凹凸とそれに伴う重力の凹 凸の相関を表わしており,1.0 に近いほど相関が強いことを示している.相関の強さはア イソスタシーの達成度が低いことを意味している.一般に,短波長の地形はリソスフェア の剛性によって支えられるためアイソスタシーが成立していないことが多く,高い次数で 相関係数が大きくなることが予測される.相関係数は以下の式で表わされる.

$$Correlation_{n} = \frac{\sum_{m} (A_{nm}C_{nm} + B_{nm}S_{nm})}{\sqrt{\sum_{m} (A_{nm}^{2} + B_{nm}^{2}) + \sum_{m} (C_{nm}^{2} + S_{nm}^{2})}}$$
(5)

ただし A_{nm}, B_{nm} は地形の球面調和係数である.



Fig.5 gtm090aa モデル (地形) と jgm95io1 モデル (重力) の相関係数

Fig.5 によると,次数2で非常に強い相関が見られる.これは遠心力による赤道バルジ に対応するものであり,赤道バルジが十分に発達していることを意味する.比較的低次の 次数3~25 では地形が長波長でありアイソスタシーがよく成立しているため,地形と重力 の相関が幾分弱まっているようである.一方,より高次の次数25~60 では比較的相関が 高く,これら短波長の地形に対してアイソスタシーが不完全なことを意味している.さら に高次で相関が低くなるのは,アイソスタシーの達成度が高いのではなく,主に重力の推 定値に誤差が大きいためであると考えられる(Konopliv et al. [2006]).

2.3 火星の地形図

MOLA から得られた高度データは gtm090aa(最大次数 90) モデルとして, 球面調和関数の係数として公開されている.地形は正規化された球面調和関数の係数 \bar{A}_{nm} , \bar{B}_{nm} を用いて以下のように表される.(Heiskanen and Moritz[1967];Kaura[1966])

$$h(\phi,\lambda) = R \sum_{n=0}^{nmax} \sum_{m=0}^{n} [\bar{A}_{nm} \cos m\lambda + \bar{B}_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin \phi)$$
(6)

ただし $h(\phi, \lambda)$ は緯度 ϕ , 経度 λ の地点の地形の高度とし, R は火星の平均半径で, ここでは 3396km とする. \bar{P}_{nm} は正規化されたルジャンドル陪関数, nmax は最大次数で 90 である. 今回地形図を作成するにあたり,赤道バルジを表す \bar{A}_{20} 成分を 0 とした. というのも, \bar{A}_{20} は他の次数に比べ非常に大きく, この成分を入れてしまうとより細かい地形が見えなくなってしまうからである.



Fig.6 火星の地形図.最大次数90次.

火星の地形は北半球と南半球で二分化されている.北半球はフラットな低地であるが, 南半球はクレーターが多数存在する高地である.この二分性の起源については様々な説が ある.また北半球の低地ではかつて海が存在していたという説が有力である.この地形図 からも,かつての海岸線と思しき箇所が見て取れる.

2.4 火星のジオイド高

Doppler Tracking から得られた重力モデル jgm95i01 を球面調和関数を用いて地図上に 展開する.正規化された重力の球面調和関数の係数 (ストークス係数) \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} を地形図 と同様の式 (Heiskanen and Moritz[1967];Kaura[1966]) に代入する.ジオイド高とは,地 球では平均海水面 (ジオイド)の準拠楕円体からの高さを表す.現在,火星には海はない ので,無数にある等ポテンシャル面のうち,温度 273.16K,気圧 610.5Pa の面をジオイド (アレオイド)と定義されている.

$$H(\phi,\lambda) = R \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin \phi)$$
(7)

ただし $H(\phi, \lambda)$ をジオイド高とする.ここでも地形図同様,圧倒的に値が大きなストークス係数の2次の成分 \bar{C}_{20} を0とする.



Fig.7 火星のジオイド高.最大次数 95次.

特徴的な地形の名前も記入してある. Tharsis rise での正のジオイド高が顕著であるが, 南北の二分性はジオイド高には現れていない.

2.5 火星のフリーエア重力異常図

計測された重力値にフリーエア補正を施しジオイド上の重力に換算した値からその 緯度における正規重力を差し引いた値をフリーエア重力異常と呼ぶ.フリーエア補正 とは,天体の中心からの距離の補正である.万有引力の法則から, $g = GM/R^2$ だから $\partial g/\partial R = -2g/R$.高さhの地形上で観測された重力値をgとし,ジオイド上の重力値(フ リーエア重力値)を g_0 とすると,

$$g_0 = g + h\partial g/\partial R = g + 2gh/R \tag{8}$$

フリーエア重力異常とは純粋に質量異常のみによって引き起こされる重力異常を表して いる.ちなみに,今回用いているjgm95i01 モデルで計算される重力異常はこのフリーエ ア重力異常に相当する.球面調和関数の係数からフリーエア重力図を以下の式を用いて描 くことができる.ここでも \bar{C}_{20} は 0 とする. \bar{C}_{20} は主に遠心力による赤道のふくらみを反 映する.

Free air(
$$\phi, \lambda$$
) = $\frac{GM_{mars}}{R^2} \sum_{n=2}^{nmax} (n+1) \sum_{m=0}^{n} [\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin \phi)$ (9)



ただし G を万有引力定数, M_{mars} を火星の質量とする.

Fig.8 火星のフリーエア重力異常図.最大次数 95次.

フリーエア重力異常はアイソスタシーからのずれの指標でもある.例えば, Hellas で は地形が大きく窪んでいるにもかかわらず目立った重力異常は見られない.これはモホ面 がせりあがって地表の質量欠損を補償している, すなわちアイソスタシーが成立している ためである.一方, Tharsis Rise や Olympus Mons では地形の大きな起伏に伴って重力異 常も生じている.これはアイソスタシーが完全には達成されていないことを示す.

2.6 火星のブーゲー重力異常図

フリーエア重力異常にさらにブーゲー補正を施したものをブーゲー重力異常という. ブーゲー補正とはジオイドと測定点の間に存在する空気以外の物質による引力の補正であ り,つまりは地下の密度異常以外の見える成分による重力の影響を取り除くために施す補 正である.地球では,測定点の周囲の地形による引力の補正である「地形補正」をさらに 施すことが多い.ここでは話を単純化し,地形による質量の異常がジオイド上にある厚さ ゼロの層に集まっていると仮定した.その場合,地殻岩石の密度を ρ ,地形の高度をhと すると,その層が作る引力は面密度 ρh の無限平面が作る引力として近似され, $2\pi\rho Gh$ と なる.つまりブーゲー重力異常は以下のように表される.

$$Bouguer(\phi, \lambda) = Free \ air(\phi, \lambda) - 2\pi\rho Gh(\phi, \lambda) \tag{10}$$

ただし ρ は平均地殻密度で 2900km/m³とする.



Fig.9 火星のブーゲー重力異常図.

ブーゲー重力異常は地表下の構造を反映する.地表近傍に重い物質が存在する場合は 正の異常を示し,逆の場合は負の異常を示す.ここで言う重い物質とはマントル物質を指 し,地殻密度(2900kg/m³)より重く,3300kg/m³程度と考えられている.正の値であるほ ど地殻とマントルの境界であるモホ面が地表から近い位置にあり,負であるほどモホ面が 深いということである.つまり,ブーゲー重力異常は地殻の厚さを反映しているとも言う ことが出来る.全体の傾向を見てみると,南半球は負の異常を示し,北へ行くほど段々正 の値を表すようになっている.これは,南から北にかけてモホ面が段々盛り上がっている ことを意味する.つまり,南から北にかけて地殻が段々薄くなっているとも言える(zuber et al.[2000]). Hellas や Utopia, Isidis のような衝突盆地で正の値を表わすのはアイソスタ シーが成立しているためである.一方,高地でアイソスタシーが成立していれば,地殻の 根ができブーゲー異常は負の値を示すはずである.しかし Olympus Mons では正のブー ゲー異常を示している.これはアイソスタシーが成立していないだけでなく,Olympus Mons の山体そのものも周囲より重い物質で構成されているということも意味している. アイソスタシーや山体の密度については次の3.1 と 3.2 で詳しく述べることにする.



Fig.10 山体の下でのアイソスタシーの様子.山体の質量によりモホ面が下にたわみア イソスタシーが成立する.重いマントル物質が軽い地殻物質によって押しのけられる ため,フリーエア重力異常がほぼ0となる.上図は日置[2007]から引用.

3 アイソスタシーとリソスフェア厚

3.1 アイソスタシー

密度の大きい惑星深部の岩石があたかも流体のように振る舞うことによって,地表の 質量加重或いは質量欠損を浮力によって支える現象をアイソスタシーと呼ぶ.アイソスタ シーの達成にはいくつかの方法が存在する.

まず, Airy Compensation Model である.これは地表の質量加重或いは質量欠損に応じてモホ面が変形して釣り合いに達するというシンプルなモデルである.



Fig.11 Airy Compensation Model

次に, Pratt Compensation Model である.これは,地殻の根を作らず,地形の高低に応 じて密度が変化するというものである.hotpot 上の隆起帯におけるアイソスタシーを考え る際は,このモデルが適していると考えられてる(Turcotte et al.[1982]).



Fig.12 Pratt Compensation Model

そして, Elastic Plate Compensation Model である.これは,地殻の根が浮力に加えてプレート(リソスフェア)の弾性によっても支えられているというものである.リソスフェア厚が大きいほどアイソスタシーの達成度が低くなり,リソスフェア厚が小さいほど達成度が高くなる.リソスフェア厚が0のとき,Airy Compensation Model と等価になる.現在このモデルが最も現実に近いと考えられている.



Fig.13 Elastic Plate Compensation Model

3.2 見かけの山体密度から見るアイソスタシー

ドップラー観測で得られたフリーエア重力異常から山体の見かけの質量を求め,レー ザー高度計で観測された地形高度データから山体の体積を求める.見かけの質量はフリー エア重力を用いて以下のように求めることが出来る.体積についても同様に h から求める ことができる.

$$M_{mons} = \frac{1}{2\pi G} \int Free - air(\phi, \lambda) R^2 d\phi d\lambda$$
(11)

$$V_{mons} = \int h(\phi, \lambda) R^2 d\phi d\lambda \tag{12}$$

ただし M_{mons} は山体の質量, V_{mons} は山体の体積とする.

アイソスタシーが成立するとフリーエア重力異常は小さくなるので,見かけの山体質量 は実際の山体質量よりも小さく見積もられるはずである.つまり,このようにして得られ た山体質量もしくは山体密度は,アイソスタシーの達成度の指標として考えることが出来 る.見かけの山体密度が小さいほどアイソスタシーの達成度が高く,見かけの山体密度が 大きいほどアイソスタシーの達成度は低いと考えられる.今回 Olympus Mons と Tharsis Rise の3つの火山 (Arsia Mons, Pavonis Mons, Ascraeus Mons) と, Elysium Mons の山 体密度について解析を行った.



Fig.14 Olympus Mons の地形と重力の profile



Fig.15 Arsia Mons の地形と重力の profile



Fig.16 Pavonis Mons の地形と重力の profile



Fig.17 Ascraeus Mons の地形と重力の profile



Fig.18 Elysium Mons の地形と重力の profile



Fig.19 見かけの山体質量と山体体積

	Olympus	Arsia	Pavonis	Ascraeus	Elysium
質量	6.91×10 ¹⁹ kg	2.65×10 ¹⁹ kg	1.65×10 ¹⁹ kg	1.99×10 ¹⁹ kg	1.97×10 ¹⁹ kg
体積	$1.93 \times 10^{16} m^3$	$1.52 \times 10^{16} m^3$	$8.03 \times 10^{15} m^3$	$8.30 \times 10^{15} m^3$	$7.27 \times 10^{15} m^3$
密度	3576kg/m ³	1749kg/m ³	2059kg/m ³	2395kg/m ³	2702kg/m ³

Table.3 見かけの山体質量と体積とそれらの比(密度)

上記の結果より,この5つの山体中では Arsia Mons が最もアイソスタシーの達成度 が高く,Olympus Mons が最もアイソスタシーの達成度低いということがわかる.ここ で注目すべきは Olympus Mons である.山体密度が約 3600km/m³ と極めて大きい.これ は Olympus Mons の下ではアイソスタシーによる地殻の根が存在しないということ示唆 している.加えて,Olympus Mons は周囲の地殻物質 (2900kg/m³) はおろかマントル物質 (3300kg/m³) よりも重い物質で構成されているということもわかる.では,これほどの山 体質量はどのようにして支えられているのだろうか?最も考えうる要因として,分厚いリ ソスフェアの剛性による支持 (Elastis Plate Support) が挙げられる.次の 3.3 では,この Olympus Mons と Hellas の下でのアイソスタシーの達成度に見合うリソスフェア厚につ いて考察する.

3.3 Olympus Mons と Hellas のリソスフェア厚の推定

3.3.1 1次元球対称な地形への仮定とその球関数展開

リソスフェアが存在する場合の地形とモホ面の起伏の関係を定量的に議論する. Sugano and Heki[2005] に倣って Olympus Mons と Hellas を回転対称の仮想的な地形と仮 定して,以下の式を用いて球関数展開を行い,展開係数を得る.これらの係数は次の 3.3.2 でモホ面の形状を推定するために用いるものである.

$$h'(\phi,\lambda) = R \sum_{n=0}^{nmax} \sum_{m=0}^{n} [\bar{A}'_{nm} \cos m\lambda + \bar{B}'_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\sin \phi)$$
(13)

$$\{\bar{A}'_{nm},\bar{B}'_{nm}\} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} h'(\phi,\lambda)\bar{P}_{nm}(\sin\phi)\{\cos m\lambda,\sin m\lambda\}\cos\phi d\phi d\lambda \tag{14}$$

ただし $h'(\phi, \lambda)$ を仮想的な地形とし, \bar{A}'_{nm} , \bar{B}'_{nm} を仮想的な地形の展開係数とする. 仮想的な地形は回転対象なので地形の中心を極に一致させることにより球関数の位数 m が 0 の帯球関数のみの和とすることができる.

(14) 式によって得た展開係数を(13) 式に代入することで,元の仮想的な地形(original) へと戻すことが出来る.この復元された地形(recovered)は展開係数の最大次数 nmax の 数が大きいほど精度が良くなる.2000次まで展開するとほぼ完全に復元することが出来, 今回は最大次数 2000の展開係数を用いて解析を行うことにする.



Fig.20 Olympus Mon の仮想的な地形と次数ごとの復元された地形



Fig.21 Hellas の仮想的な地形と次数ごとの復元された地形

3.3.2 Isostatic Compensation Model

Olympus Mons と Hellas の下で,アイソスタシーによりモホ面がどのような形状をしているのか,様々なリソスフェア厚を仮定して計算を行う.リソスフェア厚に伴うモホ面の形状は Turcotte et al.[1981] による弾性球殻の Isostatic Compensation Model を用いて求めることが出来る.3.3.1 で得られた仮想的な地形の球関数の展開係数に下記のスケール因子を掛けて空間ドメインに戻すと弾性球殻リソスフェアのたわみ (モホ面の形状)を計算することが出来る.

$$\{WA_{nm}, WB_{nm}\} = -\frac{\rho_c}{\Delta\rho} \frac{1}{\xi_n} \{\bar{A}'_{nm}, \bar{B}'_{nm}\}$$
(15)

$$\xi_n = \frac{Dn^2(n+1)^2}{R^4 \Delta \rho g_m} \frac{ET_e}{R^2 \Delta \rho g_m} + 1$$
(16)

$$D = \frac{ET_e^3}{12(1-v^2)}$$
(17)

ただし WA_{nm} , WB_{nm} はモホ面の形状を表す球関数の展開係数, ρ_c は地殻密度 (2900kg/m³), $\Delta \rho$ は地殻密度とマントル密度の差 (400kg/m³), E はヤング率 (100×10⁹Pa), ν はポアッソン比 (0.25), g_m は火星の重力 (3.7m/s²), T_e はリソスフェア厚とする.

(13)~(15) 式を用いてリソスフェア厚 0km, 20km, 50km, 100km, 200kmの場合にお けるモホ面の形状を求めた.



Fig.22 Olympus Mons の地形と各リソスフェア厚に対するモホ面の形状



Fig.23 Hellas の地形と各リソスフェア厚に対するモホ面の形状

Fig.22 と Fig.23 から, リソスフェアが薄いほどモホ面の凹凸が大きく, 厚いほどそれ らは小さいことがわかる.つまり, リソスフェアが薄いほどアイソスタシーが良く成り立 ち,厚いほどアイソスタシーが成り立たない.アイソスタシーの達成度が低い Olympus Mons では,山体質量を支えるためにリソスフェア厚 200km は必要であることがわかる. 一方,アイソスタシーの達成度が高い Hellas では,リソスフェア厚 0km ~ 50km ほどであ るとわかる.次の 3.3.3 では,この仮想的な地形上の重力異常と観測された重力異常との 比較を行い,最も妥当と考えられるリソスフェア厚について考察する.

3.3.3 仮想地形上の重力異常と観測された重力異常との比較

仮想的な地形上の重力異常を計算する.これは,地形による重力異常とマントルの凹凸 による重力異常の和に相当する.地形による重力異常はブーゲー重力式から,マントルの 凹凸による重力異常は万有引力の法則から導き,以下のような式になる.

$$g' = 2\pi\rho Gh + G \int \frac{\Delta\rho}{r_i^2} \cos\theta dV_i \tag{18}$$

ただし ρ は地形の密度 (Olympus Mons で 3600km/ m^3 , Hellas で 2900km/ m^3), h は地形 の高度, r_i は重力が作用するマントル物質までの距離, $\Delta \rho$ はマントル物質と地殻物質の 密度差 (400kg/ m^3).



Fig.24 仮想地形上で作用する重力

このようにして計算された重力異常が次の Fig.25 と Fig. 26 で,観測された重力異常 との比較が Fig.27 と Fig.28 である.これらの比較から,Olympus Mons の下ではリソス フェア厚は 200km, Hellas の下では 20km が妥当であると考えられる.つまりこれは, Olympus Mons はリソスフェア厚 200km の状態で形成し, Hellas はリソスフェア厚 20km の状態でアイソスタシーの補償が起こったことを意味する.日置 [2007] によると,地球 型惑星では冷却とともにリソスフェア厚は少しずつ増加する.従って,Olympus Mons の ような火山は比較的最近に出来たもので,Hellas のような衝突盆地は火星の熱流量が多 かった初期の段階で形成したものではないかと考えられる.またこのことから,アイソス タシーによる補償が若干生じている Tharsis Rise の3 つの火山は Olympus Mons より昔 に形成したとも考えられる.アイソスタシーの達成度はリソスフェア厚によって大きく 影響を受けるが,他にも要因が挙げられる.例えば,Tharsis Province のような火山帯で アイソスタシーが不完全 (大きな正の異常が見られる)のは,リソスフェア剛性による支 持に加えてマントル対流によってダイナミックに支持されているのかもしれない.



Fig.25 Olymous Mons の仮想地形に関して,様々なリソスフェア厚で予測される重力異常



Fig.26 Hellas の仮想地形に関して,様々なリソスフェア厚で予測される重力異常



 Fig.27 Olympus Mons で観測された重力異常(赤)と,様々なリソスフェア厚で予測される重力異常(青)との比較



Fig.28 Hellas で観測された重力異常 (赤) と,様々なリソスフェア厚で予測される重力 異常 (青) との比較

4 火星の積雪に伴う重力の季節的変化の検出

4.1 火星の積雪と極冠

MOLA による火星の1年以上にわたる地形高度観測によって,大気と地表間で行われ る CO₂ の季節的な交換サイクルに関わる表面高度の時間変化,つまり CO₂ からなる雪の 深さの季節変化の測定が可能となった.雪は地表と比ベレーザーの反射率 (アルベド)が 高く,そのアルベドの違いから地表との区別が可能である.積雪は冬で最大となり,80° 以上の高緯度領域で最も深く,最大1.5m にも及ぶ.この積雪に伴って極域では極冠と呼 ばれる氷床が発達する.極冠とは CO₂ と H₂O からなる氷床であり,火星の積雪はこの極 冠の発達を機に拡大する.火星の雪は空から降るものではなく,凝結による極冠の発達に 伴って生じる frost line が低緯度領域まで前進することによって広がって行くのである. 気温が上がると,昇華によって frost line は高緯度領域へと後退して行く.



Fig.29 北半球の極冠 (左)と南半球の極冠 (右). Smith et al [2001] より引用.

極冠は2つの層からなる.1つは, CO₂からなる残留極冠である(赤い線). 極冠の発達はこの残留極冠の拡大によるものである.残留極冠は夏でも観測される.そしてもう1つは, H₂O とダストからなる layered terrain である(青い線). この layered terrain は高さ3km にも及ぶ.北半球の極冠では, layered terrain と残留極冠は良く相関しているが,南半球では,残留極冠よりも layered terrain のほうが空間的にかなり広い

このセクションでは,この極冠の発達に伴う積雪の深さ変化による火星の重力場の季節的変化について解析を行う.積雪の深さの季節変化から重力項の *J*₂, *J*₃項の季節変化を計算することが出来る.そのようにして算出された *J*₂ 項と *J*₃ 項と, Doppler Tracking によって観測された *J*₂ 項と *J*₃ 項の季節変化とを比較することで火星の重力場と火星の雪について議論する.

4.2 MOLA による積雪の深さの観測とその解析

解析に用いる高度データ (積雪の深さ) は Smith et al. [2001] から読み取ったものを用 いる.このデータは 1999 年 2 月 28 日から 2001 年 5 月 25 日まで (火星の 1 年間以上) に 行われた MGS mapping mission によって得られた高度データを解析したもので,4 億点 に及ぶ高度データと 6600 万点に及ぶ cross over による高度データを解析したものである. cross over とは MGS による地表高度の測定経路の交点で,同じ箇所を重複して観測して いるため非常に精度が良い.それら高度データの解析には profile analysis が適用されて いる.profile analysis とは,緯度 0.05°(3km) 刻みで北緯 60°から 87°まで南緯 60°から 87°まで,およそ 1200 にわたる環帯上の 25 点の高度を平均化することで得られた経度に 依存しない zonal な積雪分布を用いた解析を意味する.



Fig.30 MGS の周回軌道(紫)と測定経路(赤). 黄色の点が cross over である.

Fig.31 によると,積雪は冬で最大となり夏で最小である.最大積雪は北半球で1.3m,南 半球で0.9m である.それぞれの緯度ごとの最大積雪はFig.32 に示しているが,緯度の増 加に伴って積雪深度が準線形的に増加していることがわかる.北半球の秋(南半球の春) に急激に積雪の減少するイベントが見られる.これは南半球で起こった dust storm (砂あ らし)による影響ではないかと考えられている.dust storm によって気温が上昇し CO₂ の 昇華が促された,或いは dust storm によって雪が霧散したという原因が考えられる.ここ で1つ疑問が生じる.dust storm は南半球で起こったにもかかわらず,北半球の高緯度領 域でも積雪の減少が見られるのだ.この dust storm によって火星の大気循環に何か異変が 生じたとも考えられるが原因は良くわかっていない.また,北半球の夏 ($L_s \sim 540^\circ$)で,北 半球の 80° から 87°の高緯度領域で 40cm ほどの積雪の増加が見られる.これについても 原因は良くわかっていない.



Fig.31 profile analysis による積雪の深さの季節変化.A は北半球の高緯度領域,B は 北半球の中緯度領域,C は南半球の高緯度領域,D は南半球の中緯度領域.Smith et al. [2001] より引用.



Fig.32 北半球 (NH) と南半球 (SH) の緯度ごとの最大積雪と最小積雪 . Smith et al. [2001] より引用 .



Fig.33 積雪の深さの季節分布.縦軸が緯度で,横軸が時間.グレーの領域は solar conjunction によるデータの欠損を示す.solar conjunction とは,地球と火星の間に太陽が入り込んだ状態を言い,太陽に遮られて火星からのデータを受信することが出来ない.Smith et al. [2001] より引用.

4.3 Doppler Tracking による J₂ 項と J₃ 項の観測

解析に用いる重力 (*J*₂ 項と *J*₃ 項) の季節変化は Konopliv et al.[2006] の図中より読み 取ったものを用いる. *J* の偶数項は MGS の昇交点経度の時間変化から, *J* の奇数項は MGS の近火点角度の時間変化から推定出来る.



Fig.34 昇交点と近日点 (MGS の場合は近火点). 地球惑星状態物理学1の講義資料[日 置, 2007] より引用.

$$\frac{1}{n}\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2}\cos i\sum_{n=2,4...} \left(\frac{R_e}{a}\right)^n f_n \bar{J}_n - \frac{33e}{8}\sum_{n=3,5...} \left(\frac{R_e}{a}\right)^n g_n \bar{J}_n + \frac{3}{2}\sum_{n=2,4...} \left(\frac{R_e}{a}\right)^n g_{n1} \bar{C}_{n1} \sin(\Omega - W) - \frac{3}{2}\sum_{n=2,4...} \left(\frac{R_e}{a}\right)^n h_{n1} \bar{S}_{n1} \cos(\Omega - W) \quad (19)$$

$$\frac{1}{n}\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4}\sum_{n=2,4...} \left(\frac{R_e}{a}\right)^n g_n \bar{J}_n \frac{3}{8e} \sum_{n=3,5...} \left(\frac{R_e}{a}\right)^n f_n \bar{J}_n$$
(20)

ただし Ω は昇交点経度, ω は近火点角度, *n* は mean motion, *t* は時間, *i* は軌道傾斜角 (cos *i* = -0.05), *e* は軌道の離心率 (0.008), *W* は子午線の位置, *a* は軌道の長半径, *f_n*, *g_n*, *g_{n1}*, *h_{n1}* は正規化のための係数である.

上記の式から得られた J₂ 項と J₃ 項の時間変化を次の Fig.35 で示す.式(19)のように J₂ 項は MGS の昇交点経度の時間変化から導かれる.J₂ 項は天体の赤道域のふくらみに 相当する重力場の成分を表わしているが,昇交点の経度はこの影響でゆっくりと変化す る.ところが MGS はほぼ極軌道であるため,J₂ 項による昇交点経度の移動が比較的小さ い.観測される J₂ 項の精度があまり良くないのはそのためである(Fig.35 上).一方,J₃ 項は式(20)のように近火点角度の時間変化から導かれる.J₃ 項は洋ナシ形の重力場成分 を表わしており,近火点はこの影響でゆっくりと移動する.昇交点とは異なり,極軌道を 取る MGS の近火点の変化は重力場の極成分の変化にかなり敏感である.そのため Fig.35 の下図に見られるように,誤差が小さく精度が良い.観測される J₃ 項の誤差は J₂ 項の 10分の1以下である.



Fig.35 J₂ 項 (上) と J₃ 項 (下) の時間変化 . Konopliv et al. [2006] より引用 .

4.4 積雪量の季節変化

profile analysis から得られた積雪の深さデータを用いて,積雪量の季節変化を計算する.今回経度に依存しない zonal な解析を行っているので,積雪量は以下の式によって導かれる.

$$M_{s} = \int \bar{\rho}_{s} H_{s}(\phi) dS = \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \bar{\rho}_{s} H_{s}(\phi) R^{2} \sin \phi d\phi d\lambda$$
$$= 2\pi \int_{0}^{\pi} \bar{\rho}_{s} H_{s}(\phi) R^{2} \sin \phi d\phi \qquad (21)$$

ただし, M_s は全球で積分した積雪量, $H_s(\phi)$ は積雪の深さ, ρ_s は雪の密度である.今回, 雪の密度を 1000kg/m³ と仮定して解析を進める.

全球積雪量は一方の半球が冬になる時期に多く春秋に少ない.総積雪量は dust storm が起こった季節で最も少なく,また北半球の冬の方が南半球の冬より多い.北半球では夏 になるとほぼ積雪は無くなるが,南半球では夏でもかなりの積雪が残っているのが見られ る.これは,南半球は北半球より 6km も標高が高いため,夏でも気温があまり上がらな いためだと考えられる.そのため,積雪量の年平均は南半球の方がかなり多い.







4.5 積雪に伴う J₂ 項と J₃ 項の時間変化の算出

積雪の分布から J₂ 項と J₃ 項を導く.J₂ 項は赤道部分のふくらみによる重力場の成分であり,重力場でみた地球の扁平の度合いを示す.そして J₃ 項は洋ナシ形の重力場の南北非対称成分を表わす.それらは質量分布から下記の式で計算できる (Sagitov et al. [1986]]).

$$J_{2} = -C_{20}$$

= $\frac{1}{2M_{mars}R^{2}} \int [2z^{2} - (x^{2} + y^{2})]dM_{s}$
$$J_{3} = -C_{30}$$
 (22)

$$= \frac{1}{2M_{mars}R^3} \int z[2z^2 - 3(x^2 + y^2)]dM_s$$
(23)

ただし *C*_{n0} はストークス係数の zonal な成分 . x , y , z , は積雪の位置を直交座標で表したものである .



Fig.39 zonal な重力場を表わす項.地球惑星状態物理学1の講義資料(日置 [2007])より引用.

Fig.36 と Fig.40 の上図を見ると,総積雪量と J_2 項の季節変化は同じような傾向で変化 していることがわかる.つまり J_2 項の季節変化は総積雪の季節変化を反映しているもの と考えられる.これは J_2 項が南北対称な重力場を表わし,質量が積雪として極域に集中 しない春と秋に大きくなるためだと思われる.一方,Fig.37,Fig.38 と Fig.40 の下図との 比較から, J_3 項の季節変化は質量が北半球や南半球の極域に集中する冬や夏に大きくな り,北半球と南半球の積雪量の比を反映していることが見て取れる.すなわち北半球の積 雪量と南半球の積雪量とが同程度だと J_3 項はゼロに近づき,積雪量が異なるほど絶対値 が大きくなる.これは J_3 項が南北非対称な重力場を表わすからだと考えられる.



4.6 MOLA から導いた J 項と Doppler Tracking から得た J 項との比較

MOLA から観測された積雪の深さの季節変化を用いて算出された J_2 項と J_3 項の季節 変化と, Doppler Tracking によって観測された J_2 項と J_3 項との比較検討を行う.



Fig.41 J₂ 項と J₃ 項の時間変化 (Konopliv et al. [2006]). 黄色い線が MOLA の積雪深 度データから計算した J₂ 項と J₃ 項.

Fig.41 によると, J3 項はドップラー観測による実測値と積雪から計算した値が非常に 良く相関しているが, J2 項についてはあまり相関が見られない.これは, MGS が極軌道 を取っているためドップラー観測による J2 項の精度はあまり良くないことが起因してい ると考えられる. MOLA から導いた J 項とドップラー観測で得られた J 項との間の値の ずれの原因として2つの要因が考えられる.まず,今回積雪の深さを解析する際に適用 した profile analysis で, 60°以下の領域を考慮に入れなかったことが要因に挙げられる. Fig.33 によると,北半球で 55°,南半球で 50°の領域まで積雪があるように見られる.こ の部分を無視したことで,北半球で2.5%,南半球で8.1%の積雪量を過小評価したと考え られる (Smith et al. [2001]). そしてもう1つの要因として, 今回雪の密度として仮定した 値 (1000kg/m³) が実際の雪の密度とは異なるということが考えうる.地球の雪は,圧密に よって雪の密度に時間変化をもたらす.同様なことが火星の雪にも起こっているのかもし れない.また,火星の雪には CO2 の氷だけでなく dust も混じっていると思われる.dust は CO2 の氷の 2 倍の密度を持つ.地域的に発生するダストストームに伴い,雪中の dust の混入率が変化し,雪の密度に変化をもたらすかもしれない.次の4.7,4.8では,雪の密 度を少しずつ変えて, MOLA から導いた J3 項とドップラー観測から得た J3 項とが最も よく合う密度の推定を試みる.その評価の方法として,平方二乗平均(RMS)を用いる.

4.7 時間変化しない雪の密度の推定

時間変化しない場合の雪の密度の推定を試みる.雪の密度を 500kg/m³ ~ 1500kg/m³ まで 10kg/m³ ごと変化させ,それぞれに応じた J_3 項を計算する.ただし,ここでの J_3 項は, profile analysis で cutoff した領域も考慮に入れている.そして,ドップラー観測による J_3 項との平方二乗平均 (RMS) を求め,最も適した雪の密度を求める.RMS の値が小 さいほど適合しているとみなすことが出来る.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (Obs_i - Calc_i)^2}{n - m}}$$
(24)

ただし, *Obs*_i は観測された値, ここではドップラー観測による J_3 項, *Calc*_i は計算された値, ここでは MOLA から計算した J_3 項.n は比較するデータの数で, m はパラメータの数である.

Fig42 によると,密度 1030kg/m³ で最も RMS が小さ い.つまり,火星の雪の密度として約 1000g/m³ が最も 実測値と適合していることがわかる.これは水よりも重 く,CO₂の氷より 40% ほど軽い.CO₂の氷との密度差 は,雪の空隙率とダストの混入率を反映している.



Fig.42 雪の密度ごとの RMS

時間変化する場合の火星の雪の密度の推定を試みる.雪は,積雪加重や気圧,風応力に よって圧密を起こす.本研究では,圧密による雪の密度の変化は,時間経過に伴い準線形 的に起こるものと仮定する.

$$\rho_s = \rho_0 + \frac{\partial \rho}{\partial t} \frac{(t - t_0)}{T}$$
(25)

ただし, ρ_s は雪の密度, ρ_0 は新雪の密度,tは時間,Tは360°. t_0 は積雪が開始する時間 で,Fig37とFig38より北半球で t_0 =Ls180°,南半球で t_0 =Ls255°とする.

式 (25) の ρ_0 を 0~1000kg/m³ まで 50kg/m³ ずつ , $\partial \rho / \partial t$ も 0~1000kg/m³ まで 50kg/m³ ずつ変化させ , それぞれの積雪による J_3 項とドップラー観測による J_3 項との平方二乗平均を計算すると以下のような結果が得られる .



Fig.43 各密度と密度変化ごとの RMS

Fig43 によると, ρ_0 が 600kg/m³, $\partial \rho / \partial t$ が 650kg/m³/year で最も小さい RMS を持つ. このときの RMS は,時間変化しない場合の RMS の最小値よりも小さく,火星の雪の密 度は時間変化すると考えた方が妥当性が高いと考えられる.時間変化する雪の密度の年平 均は約 900kg/m³ で,北半球の冬後期,南半球の冬前期で平均的な密度となる.この値は,時間変化しない場合の密度(約 1000kg/m³)よりわずかに小さいが,概ね同じであるみなすことが出来る.



Fig.44 雪の密度が一定 (1000kg/m³) としたときの積雪による J_3 項とドップラー観測 による J_3 項との比較



Fig.45 雪の密度が時間変化する (ρ_0 が 600kg/m³ , $\partial \rho / \partial t$ が 650kg/m³/year) 場合の積雪 による J_3 項とドップラー観測による J_3 項との比較

5 考察

MGS の MOLA による地形データと, USO を用いた Doppler Tracking による重力デー タを用いて火星の地形と重力場の相関について解析を行った.まず初めに,火星の全球的 な地下構造の傾向と,特徴的な地形の下での地下構造について解析を行った.ブーゲー 重力異常から,火星の地殻は南から北にかけて段々薄くなっていることがわかった.そ して,モデル計算による重力値と実測値との比較から,アイソスタシーが成立していな い Olympus Mons は 200km に及ぶリソスフェア上で形成し,アイソスタシーが成立して いる Hellas では 20km ほどのリソスフェア上で形成したと考えられる.このことから, Olympus Mons は比較的最近に形成し,Hellas は火星の初期に形成したものと解釈出来 る.また,見かけの山体密度から Tharsis Rise や Elysium Mons は Olympus Mons より前 に形成したと考えられる.

続いて, MOLA による地表高度の季節変化と, ドップラー観測による重力項の季節変化 から,積雪に伴うJ項の季節変化と火星の雪の密度について解析を行った. MOLA の積 雪深度データから導いた J₂項の時間変化はドップラー観測による J₂項の時間変化はあま リー致していなかったが, J₃項は非常によく一致していることがわかった.ここで,雪の 密度の時間変化を考慮に入れると,さらに両者の値は適合し,結果として,火星の雪は新 雪で 600kg/m³であり,650kg/m³/year で時間変化していることが示唆される.

6 謝辞

当研究を行うにあたり、多くの方々にご協力をして頂きましたことに、この場を借りて お礼申し上げたいと思います.まず,担当教官であられる日置幸介先生には感謝しても感 謝し尽くせないほどお世話になりました.研究テーマの提供から,データの入手,データ の解析手法,プログラムの作成,参考文献の紹介と解説等など,全ての面においてご指導 して頂きました.また,日置先生の貴重な時間を私たちのミーティングや質問のために割 いてくださいましたことも、心から感謝しております.ご迷惑をかけることもあるかとは 思いますが,精一杯努力して参りますので,どうぞこれからも宜しくお願いします.そし て,当研究室の准教授であられる古屋正人先生には,私の研究に対し,大変有意義なアド バイスと論文の紹介をして頂きました.私自身知識も経験も非常に未熟でありますので, 古屋先生から1つでも多くのことを学び,知力を培って行きたいと思います.その際,古 屋先生のお力添えを頂けますと幸いです、どうかこれからも宜しくお願いします、続い て,同研究室の先輩である,博士課程1年の小川涼子さんと修士課程1年の片岡健さんに もお礼を申し上げたいと思います.Linuxのインストールと設定,研究に欠かすことの出 来ないソフトウェアのインストール等について丁寧にご指導して頂いたおかげで,快適に 研究を進めることが出来ました.1日も早く先輩方のようになれるよう,またこの研究室 の一員として先輩方の名に恥じぬよう,日々精進して行きたいと思います.これからも宜 しくお願いします.そして,同研究室4年の森下遊君にも大変お世話になりました.プロ ゲラムやプレゼンテーションの作成,ソフトウェアの扱い等など様々な面でアドバイスを して頂きました.森下君の協力が無ければ,ここまでスムーズに研究を進めることは出来 なかったと思います、本当にありがとうございました、これからも頑張ってください、

7 参考文献

- Abshire, J.B. (2000): Mars Orbiter Altimeter: receiver model and performance ahnalysis. APPLIED OPTICS Vol.39, No.15.
- Heki,K., Sugano, T. (2004): Isostasy of the Moon from high-resolution gravity and topography. GRL 31, L24703, doi:10.1029/2004GL022059.
- 日置幸介 (2007): 地球惑星状態科学 1 講義 ノート. http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/ heki/pdf/state_hys.pdf
- 日置幸介 (2007): 測地でみるマントルダイナミクス. 地震学夏の学校, 北海道小樽市.
- 日置幸介 (2007): Two topics in areodesy: lithospheric thickness and crustal deformation by the true polar wander. 日本測地学会平成 19 年度秋季講演会.
- konopliv, A.S., Yoder, C.F., Standish, E.M, Dah-Ning Yuan, Sjogren, W.L. (2006): A Global Solution for the Mars static and seasonal gravity, Mars orientation, Phobos and Deimos masses, and Mars ephemeris. Icarus 182, 23-50.
- Neumann, G.A. et al (2004): Crustal structure of Mars from gravity and topography. journal of geophysical research vol.109, E08002, dol:10.1029/2004JE002262.
- Sagitov M.U. et al. (1986): Lunar Gravimetry. Academic Press, pp298
- 斉藤正徳 (1994): 現代測地学 付録原稿 球面調和解析.
- Smith, D.E., Zuber, M.T., Neumann, G.A. (2001): Seasonal Variation of Snow Depth on Mars. Science Vol.294, 2141-2146.
- Turcotte, D.L. et al. (1981): Role of membrane stresses in the support of planetary topography. JGR 86, 3951-3959.
- Turcotte, D.L., Schubert, G. (1982): Geodynamics. Cambridge university press.
- Zuber M.T. et al. (2000): Internal Structure and Early Thermal Evolution of Mars from Mars Global Surveyor Topography and Gravity. Science Vol.287, 1788-1793.