

総合報告

表面波インバージョンによる上部マントル内部の推定 ——幾何学的波線から有限幅波線への発展——

北海道大学大学院理学研究科地球惑星科学専攻* 吉澤 和範

Probing into the Upper Mantle Using Surface Waves: Beyond the Geometrical Ray Theory

Kazunori YOSHIZAWA

Division of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Hokkaido University,
North 10 West 8, Kita-ku, Sapporo 060-0810, Japan
(Received January 6, 2004; Accepted July 21, 2004)

A variety of methods of surface wave inversion, which enables us to investigate detailed images of the upper mantle on a regional scale, are reviewed. The study of surface wave tomography beginning in the 1980's has brought us with a significant jump in our understanding of the Earth's interior, particularly the upper mantle. Most of the studies of surface wave tomography have been based upon a geometrical ray theory, working with either dispersion curves or waveforms of surface waves. Such a simple representation of surface wave propagation has allowed us to treat a greater number of data sets, which are indispensable for obtaining high resolution tomography models. However, the ray theory, which is relying upon the high-frequency approximation, is no longer valid when the scale-length of heterogeneity is comparable to the wavelength of waves to be considered. The effects of finite frequency are particularly important for the higher-frequency surface waves, which mainly sample the crust and uppermost mantle where very strong lateral heterogeneity is likely to exist. Recent development of the 3-D sensitivity kernels allows us to treat the effects of finite frequency in the tomographic inversions. The use of such finite frequency theory will further advance the methods of surface wave tomography.

Key words: Surface waves, Upper mantle, Ray theory, Finite frequency, Tomography

§ 1. はじめに

表面波の情報を用いたトモグラフィーは、上部マントル内部の3次元構造を解明する上で有力な手段である。表面波は地球の表層に沿って2次元的に伝播する。そのため、球面的に伝播する実体波に比べて幾何減衰の効果が小さく、震源からの距離が離れるに従い、相対的に大きな振幅で観測される。Lamb (1904) が発表した世界最初の理論地震記録にも、顕著な振幅をもったRayleigh波が見られる。その発生は、初の理論地震記録より以前に、Rayleigh (1885) によって理論的に示されているが、当時すでに実体波との幾何減衰率の違いから、遠地地震

記録における表面波の重要性まで言及していることは特筆すべきである [Dahlen and Tromp (1998), 1.5 章]。

Lamb の有名な理論地震波形は、等方均質な半無限媒体での点震源に対するものであり、実際の地震記録に比べると極めて単純な波形である。Lamb (1904) はその結論において、仮想的な構造に対して求められた単純な理論波形が実際の地球内部の不均質性によってどう変化するか、という問題を提起している。この問題は現在もなお、地球内部構造学の重要な課題といえる。

近年、理論波形と観測波形を比べながら、地球内部の大規模不均質構造を求める、いわゆる波形インバージョン法による表面波トモグラフィー法が広く行われている。ノーマルモード理論で合成した理論波形を用いて表

* 〒060-0810 札幌市北区北 10 条西 8 丁目

面波の波形インバージョンを行い、最初のグローバルトモグラフィー モデルを発表したのは、Lamb (1904) の論文から 80 年後の Woodhouse and Dziewonski (1984) の研究である。同時期に行われ始めた表面波トモグラフィーでは、群速度や位相速度のデータを用いた速度構造モデル [例えば、Nakanishi and Anderson (1982, 1983, 1984)] や自由振動も用いたモデル [Masters *et al.* (1982)], 異方性モデル [Tanimoto and Anderson (1985)] なども発表され、現在の表面波トモグラフィーの先駆けとなった。本論では、特に地域的スケールでの上部マントル構造の復元に主眼を置き、表面波記録を利用した種々のインバージョン法に関する研究を紹介する。

近年、大量のデータを利用した高分解能波形トモグラフィーの多くでは、理論波形は表面波の WKBJ 近似 [Tromp and Dahlen (1992a, b), Dahlen and Tromp (1998) 16 章] など、波線理論に基づいて合成される。また、波線は大円で近似され、理論波形と観測波形のずれは、大円直下の構造変化によるものと仮定される。

高周波近似に基づく波線理論は、不均質のスケールが利用する波の波長に比べてずっと大きい場合には大変有効な近似である。しかし、地球内部を伝播する地震波は有限な波長をもっているため、波線理論に基づいたトモグラフィー法には、波線の本数にかかわらず、その分解能に本質的な限界がある。また、近年の高分解能トモグラフィーでは、波長と同程度のスケールの顕著な速度不均質の存在も示唆されており [例えば、Debayle and Kennett (2000)], 波線経路によっては大円近似が成り立たない場合も多い [Spetzler *et al.* (2001), Kennett and Yoshizawa (2002)]。

90 年代以降、地震波トモグラフィーの手法をより発展させるために、地震波伝播の際の散乱や回折といった、より複雑な効果まで考慮した波形合成法とそれに基づくインバージョン法の開発が盛んに行われてきた [Yomogida (1992), Woodward (1992), Li and Tanimoto (1993), Vasco *et al.* (1995), Li and Romanowicz (1995, 1996), Marquering and Snieder (1995), Marquering *et al.* (1998, 1999)]. 特に最近では、実体波の走時や表面波の位相など、各種観測データに即した 2 次元および 3 次元センシティビティカーネル [Dahlen *et al.* (2000), Hung *et al.* (2000), Zhao *et al.* (2000), Spetzler *et al.* (2002), Yoshizawa and Kennett (2002b, 2004b), Zhou *et al.* (2004)] の開発も盛んに行われ、徐々に新しいトモグラフィー モデルの復元にも応用され始めている。

本論では、表面波の波形記録を利用した上部マントル

構造の研究に関して、主に著者自身が直接携わってきた地域的トモグラフィーに対する手法を中心に紹介し、表面波トモグラフィーの今後の発展とその方向性について概観する。まず §2 において、表面波の情報から上部マントルの 3 次元構造を復元する一般的な手法の概略をまとめる。続いて §3 では、現在、地域的スケールの表面波トモグラフィーに広く利用されている、波線理論に基づく波形インバージョン法について解説する。その一つの発展形として、モンテカルロ法に基づいた新しいパラメータサーチ法である Neighbourhood Algorithm を利用した完全非線形波形インバージョン法も紹介する。§4 では、波線理論の限界について考え、表面波の有限波長効果とトモグラフィーの分解能について解説し、§5 では、有限波長効果を考慮した波形合成およびインバージョンを可能にする 3 次元波形センシティビティカーネルを紹介し、表面波トモグラフィー法の新たな方向性について議論する。

§2. 表面波トモグラフィーによる 3 次元 S 波速度構造の推定

ここではまず、現在広く行われている表面波トモグラフィーの主な手法について、その概要をまとめよう。表面波データを利用して 3 次元 S 波速度構造を求める手法は、大きく以下の二つに分類することができる。

(i) 表面波の分散性を利用しモードごとに位相(群)速度分布を求める。

(ii) 波形インバージョンにより S 波速度構造を求める。

表面波分散を利用した (i) の方法では、大量の波線に対し、周波数ごとの平均的位相速度や群速度を計測し、高分解能の位相(群)速度分布を得ることができる [Trampert and Woodhouse (1995), Laske and Masters (1996), Ekström *et al.* (1997), Ritzwoller and Levshin (1998), Larson and Ekström (2002)]. また、周波数に依存して変化する表面波波線の偏向異常(到達角度の大円からのずれ)を利用して、位相速度分布を求ることも可能である [Laske and Masters (1996), Yoshizawa *et al.* (1999)]. このように、周波数ごとに得られた位相(群)速度分布から、ローカルな分散曲線を求め、これを用いて 3 次元 S 波速度構造を復元することができる [Nataf *et al.* (1986)]。

この方法では、3 次元構造を求めるまでに三つの段階(位相速度の計測、位相速度分布への展開、3 次元速度構造への展開)が必要となる。解析の流れは Fig. 1(b) のようになる。

表面波の分散性を利用して、位相速度を直接計測する

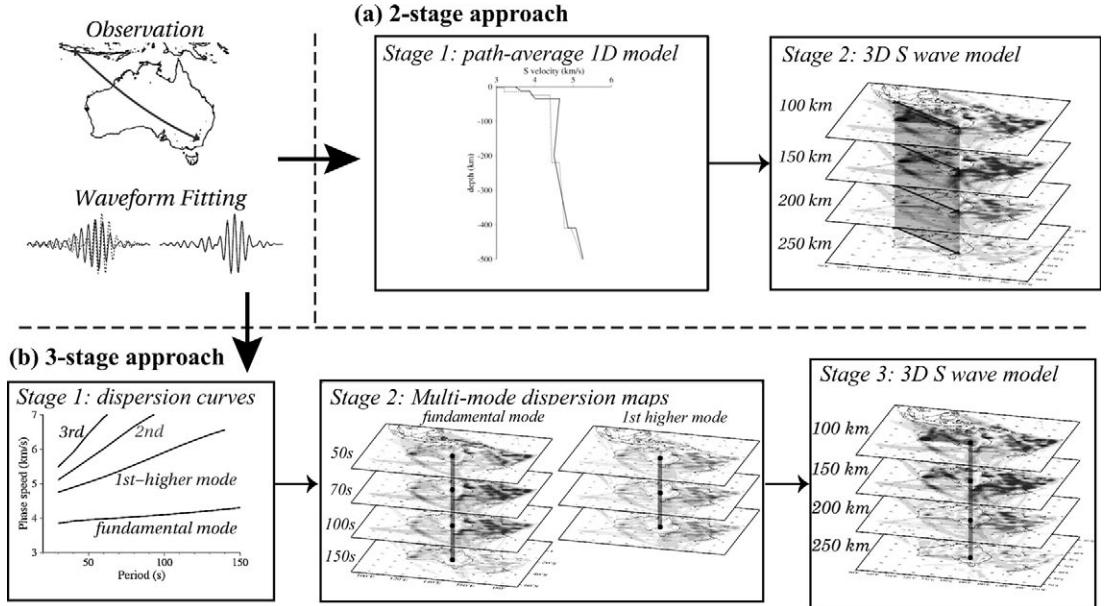


Fig. 1. Schematic illustrations of multi-stage processes for surface wave tomography: (a) 2-stage approach and (b) 3-stage approach.

方法 [Nakanishi and Anderson (1984)] では、基本モードの情報のみを利用することが多い。実際の地震記録中では、複数の高次モードが重なり、それらを分離して個々のモードの分散曲線を直接得るのは困難なためである。近年、高次モードの位相速度を利用した方法の開発も行われているが [van Heijst and Woodhouse (1997, 1999)]。個々のモードを分離する必要があるため、複数の高次モードが同時に到達するような短い波線での利用は難しく、地域的トモグラフィーには応用されにくい。

波形インバージョンを用いる (ii) の方法の場合、波形そのものを利用してインバージョンするため、個々のモードを分離する必要がない。そのため、高次モードの情報も容易に利用でき、深さ方向の分解能を増すことができる。Woodhouse and Dziewonski (1984) 以降、高次モードも含めた波形を利用して、直接、3次元 S 波構造を求める方法は、グローバルモデルの復元に広く利用された [Tanimoto (1987, 1988)]。

Nolet [1990] は、波形から直接 3 次元構造を求めるのではなく、まず個々の波線ごとに 1 次元 S 波速度構造を求め、その情報から 3 次元構造を求めるという、いわゆる Partitioned Waveform Inversion (PWI) の手法を確立した。この手法では二つの段階（波線平均の 1 次元モデル復元、3 次元構造への展開）が必要であり、解析の流れは Fig. 1(a) のように示される。

PWI 法では一度に大量の波形データを処理する必要がなく、個々の逆問題は小規模なので計算効率が非常に

良い。Nolet (1990) 以降、PWI 法やそれに類似の方法が、特に地域的スケールでの 3 次元 S 波速度構造研究の主流となり、世界各地域の上部マントル構造復元に幅広く利用されている [Zielhuis and Nolet (1994), Debayle and Leveque (1997), Lebedev *et al.* (1997), van der Lee and Nolet (1997), Simons *et al.* (1999), Debayle and Kennett (2000), Lebedev and Nolet (2003)]。

Woodhouse and Dziewonski (1984) の直接的なインバージョン法でも、Nolet (1990) のような間接的な方法でも、共通点は、理論波形と観測波形とのずれは波線平均の 1 次元 S 波速度構造の影響による、と仮定している点である。一般に、理論波形は波線理論に基づいて計算され、波線は大円で近似される。

Nolet (1990) の提唱した間接的波形インバージョン法 (PWI 法) では、周波数に依存する位相速度分布を求める必要がなく、効率的に 3 次元 S 波速度構造を求めることができる。しかし、PWI 法では大円に沿った平均的 1 次元構造を利用するため、横方向不均質によって生じる偏向異常（波線の大円からのずれ）のように、周波数に依存して変化する情報は利用しにくい。

このように、波線理論に基づいた従来の表面波インバージョン法では一般に、位相速度分布を利用する方法 (Fig. 1b) や、波形の情報から S 波速度構造を求める方法 (Fig. 1a) が利用されることが多い。しかし、双方ともに、高周波近似に基づく波線理論を利用しているため、波線の本数にかかわらず、これらのトモグラフィーモデルの

分解能には本質的限界がある。これを克服するために、表面波の有限波長の効果を考慮したインバージョン法が不可欠である。表面波の散乱や回折といったより複雑な表面波伝播の影響を考慮したインバージョン法の研究も多く行われている [Yomogida and Aki (1987), Snieder (1988), Tanimoto (1990), Meier *et al.* (1997)].

最近筆者らは、高次モードの情報も利用しつつ、表面波の有限波長効果を効率的に取り入れた表面波トモグラフィー法を開発し [Yoshizawa (2002), Kennett and Yoshizawa (2002)], オーストラリア大陸の3次元構造復元に応用した [Yoshizawa and Kennett (2004a)]。この方法では、周波数ごとの波線経路のずれや有限波長効果を考慮するため、Fig. 1(b) のように位相速度分布を利用した3段階のインバージョンが必要となる。この手法については§ 4で詳しく述べることとし、次節では、PWI法などの基本となっている、波形インバージョンから1次元S波速度構造を求める方法について解説する。

§ 3. 波線理論に基づく波形インバージョン: 1次元S波構造の復元

前節でも述べたように、近年の地域的トモグラフィーでは、波線理論に基づいた波形インバージョンを利用する方法が主流となっている。この際、利用される波形インバージョン法は大きく二つに分類できる。一つは、波形そのものをデータとして用いてインバージョンする方法 [Nolet *et al.* (1986)] と、もう一つはモードごとの理論波形と、観測波形および完全理論波形との間の相関関数をデータとしてインバージョンを行う方法 [Cara and Lévêque (1987)] がある。どちらの場合も波形を合わせながら、波線平均の1次元S波速度構造を求めるという点において違いはない。以下では、前者の場合を例にして、その概要を見てみよう。

波形インバージョンで利用される合成波形は一般的に、WKBJ法など漸近波線理論に基づいた方法で求められる [Woodhouse (1974), Tromp and Dahlen (1992a, b)]。まず、リファレンスモデルに対する周波数領域における理論波形は各モードの波形の重ね合わせによって、以下のように与えられる。

$$u_0(\Delta, \omega) = \sum_j R_0^j(\omega) \exp[i k_0^j(\omega) \Delta] S_0^j(\omega) \quad (1)$$

ここで、 ω は角周波数、 j はモードの次数、 Δ は大円にそった震源距離、 $R_0^j(\omega)$ は観測点での固有関数や幾何減衰に関する項、 $S_0^j(\omega)$ は震源の深さに依存したラディエーションと初期位相に関する項であり、 $k_0^j(\omega) = \omega/c_0^j$ (c_0^j は j 次のモードの位相速度) は波数を示す。

横方向不均質が存在する場合、表面波波形は次のように表現できる。

$$u(\Delta, \omega) = \sum_j R^j(\omega) \exp[i \{k_0^j(\omega) + \overline{\delta k^j(\omega)}\} \Delta] S^j(\omega) \quad (2)$$

ここで、 $R^j(\omega)$ と $S^j(\omega)$ はそれぞれ実際の地球に対する観測点・震源に関する項であり、 $\overline{\delta k^j(\omega)}$ は波線に沿った平均的な波数の摂動を示す。この波線経路は一般に大円で近似される。また、横方向不均質による固有関数の変化は小さいと仮定し、 $R_0^j(\omega) \approx R^j(\omega)$, $S_0^j(\omega) \approx S^j(\omega)$ と近似される。横方向不均質による減衰の変化も考慮する際には(2)式に Q の効果を加えればよいが、ここでは省略し、位相のずれのみに着目する。

波線平均の波数の摂動は、P波およびS波速度と密度の摂動によって生じ、近似的に次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} \overline{\delta k^j(\omega)} = & \int_0^R \{K_\alpha^j(\omega, r) \overline{\delta \alpha(r)} + K_\beta^j(\omega, r) \overline{\delta \beta(r)} \\ & + K_\rho^j(\omega, r) \overline{\delta \rho(r)}\} dr \end{aligned} \quad (3)$$

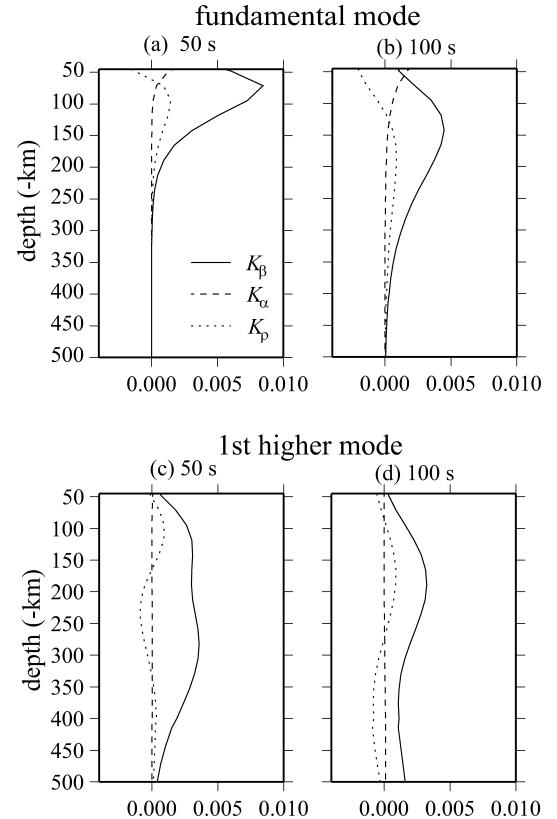


Fig. 2. 1-D sensitivity kernels $K_\alpha = \partial k(\omega) / \partial \alpha(r)$, $K_\beta = \partial k(\omega) / \partial \beta(r)$, and $K_\rho = \partial k(\omega) / \partial \rho(r)$ for the fundamental-mode and the first higher modes of Rayleigh waves at (a, c) 50 s and (b, d) 100 s.

ここで、 r は地球中心からの距離、 $\overline{\delta\alpha(r)}, \overline{\delta\beta(r)}, \overline{\delta\rho(r)}$ はそれぞれ波線平均の P 波速度、S 波速度、密度の摂動である。 $K_{\alpha}^j = \partial k^j(\omega)/\partial \alpha(r)$, $K_{\beta}^j = \partial k^j(\omega)/\partial \beta(r)$, $K_{\rho}^j = \partial k^j(\omega)/\partial \rho(r)$ はそれぞれ、波数 k^j の P 波速度、S 波速度、密度に関する偏微分係数であり [Takeuchi and Saito, 1972, Dahlen and Tromp, 1998]。1 次元センシティビティカーネルと呼ばれる。これは、 j 次のモードの波数の変化が、それぞれのパラメータの深さごとの変化に応じて、どの程度の影響を受けるかを示すものである。

Fig. 2 に 1 次元センシティビティカーネルの例を示す。周期が長いほど、より深い構造を反映している。また高次モードは基本モードよりも、深部にセンシティビティをもっている。また表面波は S 波速度の変化に最も敏感であり、P 波速度や密度変化の影響は非常に小さい。これらの影響は普通、単に省略されるか、または S 波速度とのスケーリング関係を利用して、S 波速度の摂動から P 波速度や密度の摂動に換算される。本論では S 波速度の変化のみを考慮する。

このように、波線理論に基づく波形インバージョンでは、波線平均の 1 次元構造の摂動から波数の摂動を求め、これを用いて理論波形に修正を加えて、観測波形との残差が小さくなるように 1 次元 S 波速度構造を求めていく。以下では、波線理論に基づいた波形インバージョンの例を見てみよう。

3.1 線形化波形インバージョン法

波形インバージョンは非線形な問題である。一般的な最小 2 乗法や勾配法に基づくインバージョンでは、線形化した問題を反復的に解くことで、最適な解を求める。これを一般に“非線形”インバージョンと呼ぶが、問題自体は線形化されている上、先駆的に選んだ初期モデルによってはローカルミニマに陥りやすい [Sen and Stoffa (1995)]。この点において、§ 3.2 で紹介する完全“非線形”インバージョンとは、その意味が異なる。ここでは、PWI 法に用いられる線形化波形インバージョン法 [Nolet *et al.* (1986)] の例を見てみよう。

Fig. 3 に、Hiyoshi (2001) による合成テストの例を示す。この例では震源の深さが 10 km と浅く、大陸内部のみを通過する波線に対してインバージョンを行っている。真の 1 次元モデル（破線）の上部マントル部分を均等に +3% だけ加えた初期モデル（黒線）からインバージョンを開始し、最終的に求まったモデルがグレーで示されている。深さ約 250 km 程度までは比較的よく復元されているが、それ以下の構造は初期モデルからのずれがほとんど見られない。この例では、震源が浅いために高次モードがほとんど励起されず、250 km 以下の深部のセンシティビティは非常に弱いため深部の分解能はある

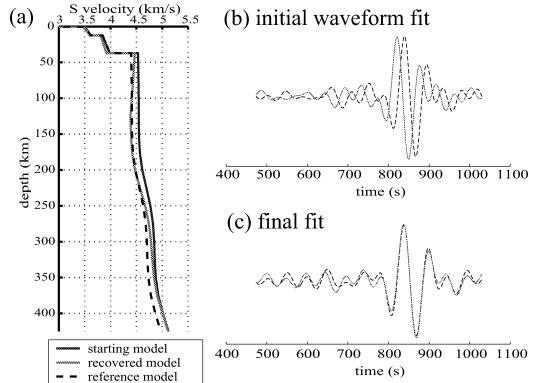


Fig. 3. An example of a synthetic test of waveform inversion for retrieving a 1-D shear wave speed profile based on a linearized inversion scheme of Nolet (1986). (a) 1-D shear wave speed models. A starting model (black solid line) has 3% faster shear wave speed in the mantle than the reference model (dashed line). (b) Initial waveform fit and (c) final fit for a retrieved model [modified from Hiyoshi (2001)].

まりよくない。しかし、最上部マントルの分解能は非常によく、インバージョン後の基本モードの波形はよく復元されている。

このような 1 次元 S 波速度分布は、基本モード表面波の分散曲線をインバージョンすることによって得られる [例えば、Montagner and Jobert (1981)]。しかし Fig. 3 のように波形全体を利用すれば、位相速度の計測が困難な高次モードの情報も含めてインバージョンを行うことが可能であり、深さ方向の分解能を増すことができる。

波形インバージョンに基づいて 1 次元構造を求め、これより 3 次元構造を復元する場合には、多くの波形データを個々に処理する必要がある。近年、このような波形処理は自動処理されるようになり [Debayle (1999), Lebedev (2000)]、大量の波形データを利用した 3 次元モデルが得られている。

3.2 Neighbourhood Algorithm に基づく非線形波形インバージョン法

前節のように問題を線形化した波形インバージョン法は、計算効率がよく大量の波形データを利用する際には大きな利点がある。しかし、最近の計算機速度の急速な向上により、計算コストをあまり気にせずにインバージョンを行うことが可能となってきた。

筆者らは、モンテカルロ法に基づいて効率的にモデルパラメータの直接探索を行う Neighbourhood Algorithm (NA) [Sambridge, 1999] を用いた完全非線形な

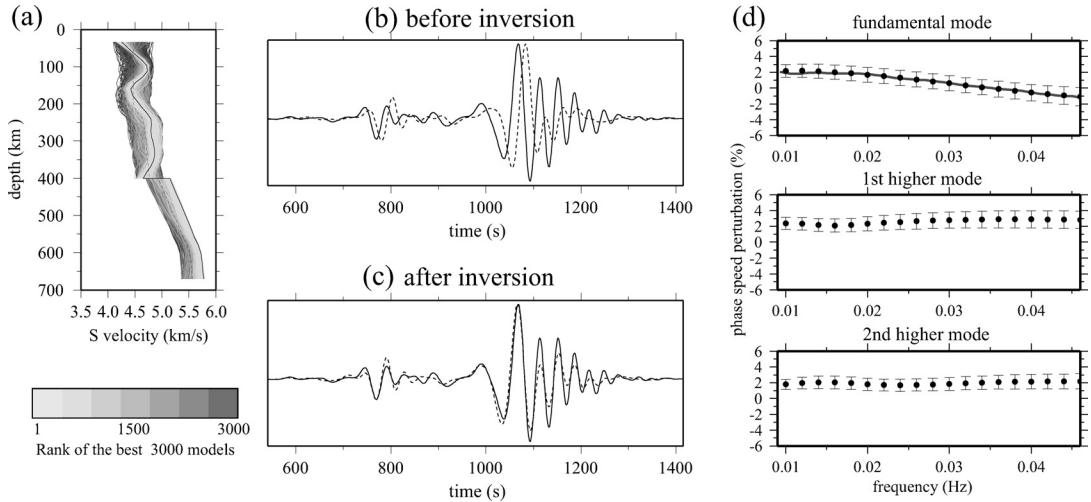


Fig. 4. An example of fully non-linear waveform inversion using the Neighbourhood Algorithm of Sambridge (1999) for an event in Sumba, Indonesia, recorded at CAN station. (a) Density plots of all the models created by the NA, ranked in order of increasing misfit. The initial model is shown in a dashed line and the best-fit model is in solid black line. (b) Initial waveform fit and (c) final fit. (d) Phase speed perturbations for the first three modes, estimated from the best-fit 1-D shear velocity profile. A gray solid line (top panel) is a dispersion curve for the fundamental mode Rayleigh wave which is measured directly from the observed waveform [after Yoshizawa and Kennett (2002a)].

波形インバージョン法を開発した[Yoshizawa and Kennett (2002a)]。この手法では、モデルパラメータを直接探索するため、モデルパラメータに関する偏微分(勾配)の評価を必要とせず、また先駆的情報も必要としない。そのため、線形化インバージョンでよく問題となる、ローカルミニマに陥る危険性が少ない。

NAのようなグローバルサーチ法では、大量のモデルを作り出し、それらすべてに対して合成波形を計算し、理論波形との差を調べる必要がある。そのため、フォワードモデリングに多大な時間がかかる。Yoshizawa and Kennett (2002a)では、摂動理論に基づく(3)式を利用し、(2)式のように波線平均の位相の摂動を用いたWKBJ法によって理論波形を求めてことで、計算コストを大幅に削減している。

NAインバージョンの例をFig. 4に示す。この例では、インドネシア・スンバ島付近の地震(深さ 26 km)に対しオーストラリア南東部のCAN観測点で記録した波形をインバージョンしている。波線の大部分は大陸内部を通過している。Fig. 4 左側に、このインバージョンで求めた3,000個の1次元モデルをすべてプロットしている。理論波形と観測波形の差が小さいものから順に1番から3,000番までモデルをランク付けし、色分けして表示している。薄い色ほど波形がよく合うモデルを示し、最終的に求まった最適なモデルを黒線で示してある。

震源が浅く高次モードの励起が弱く、400 km以深のセンシティビティが弱いため、マントル深部の構造はあまりよく決まらないが、インバージョン後の最適なモデルに対する波形のフィットは非常によい。

3.3 波形フィッティングによるマルチモード位相速度の計測

Yoshizawa and Kennett (2002a)は、Fig. 4の例のように、波形フィッティングによって得られた1次元モデルを利用すると、基本および高次モードの位相速度が大変良い精度で決まるることを示した。つまり、波形がよく合っている限り、位相の情報もよく復元されているといえる。

位相速度の摂動は(3)式と同様に1次元のS波速度分布に重み(センシティビティカーネル)をかけた関数の積分値であり、複数の異なる1次元モデルから、同程度の波形のフィットが得られることも起こりうる。しかし、波形がよくフィットされている限り、これら異なる1次元モデルから得られる分散曲線はかなりの精度でよく一致する[Yoshizawa and Kennett (2002a)]。

Fig. 4(d)では、基本モードおよび1次と2次の高次モードの位相速度のPREM[Dziewonski and Anderson (1981)]からの摂動を示している。特に、上段の基本モードに関しては、観測波形の位相から直接計測した位

相速度摂動の分散曲線を、グレーの実線で示してある。これと、1次元モデルから計算した位相速度摂動とが、極めてよく一致していることが見て取れる。

このように、波形インバージョンでは波線に沿った平均的1次元S波速度構造をパラメータとしているが、これら1次元モデルから十分信頼性のある基本および高次モードの位相速度を引き出すことが可能である[Yoshizawa and Kennett (2002a)]。

このことは、どのような波形インバージョン法に対しても同様である。つまり、ある1次元モデルから計算された理論波形と観測波形がよく合っている限り、その1次元モデルは、位相の情報も復元しているといえる。また、一般に波形インバージョンでは、位相に関する 2π の整数倍の任意性を取り除くため、波形とともにエンベロープも同時に合わせるので、群速度の情報も同時に引き出せることになる。

Kennett and Yoshizawa (2002) では、波形インバージョンで得られた1次元モデルから基本および高次モードの位相速度を求め、これを用いて、マルチモードの位相速度分布図に展開することで、3次元S波速度分布の復元に利用する方法(3-stage inversion法)を提唱した(Fig. 1(b))。この方法では、モードごとおよび周波数ごとに、実際の波線経路や有限波長効果まで考慮し位相速度分布を求めることができるので、より正確な3次元構造の復元が可能となる[Yoshizawa and Kennett (2004a)]。次節以降、この有限波長効果について詳しく議論する。

§ 4. 波線理論の限界と有限波長効果

前節で紹介したように、従来の波形インバージョン法の多くは、波線理論と大円近似に基づいている。幾何学的波線理論は、高周波近似(周波数∞または波長0)の上に成り立っている。不均質のスケールが伝播する波の波長に比べて長い場合には、波線理論の高周波近似はよく成り立つ。従来の波形インバージョンの基本であるWKBJ法など、波線理論に基づく近似的波動場の計算法[Woodhouse (1974), Yomogida (1985), Tromp and

Dahlen, (1992)]は、すべてこのような仮定に基づいている。

しかし実際の地震波は有限な波長をもち、波線周辺領域の不均質性の影響も受けて伝播する。波長と同程度のスケールの不均質性が存在する場合、この有限波長の効果が顕著となる。そのため、波線周辺からの散乱や回折の効果が無視できなくなり、wavefront healingのように波線理論だけでは説明できない現象が起こる[Nolet and Dahlen (2000)]。また、強い不均質性が存在する場合には、波線の大円からのずれも顕著になる[Laske and Masters (1996), Yoshizawa *et al.* (1999), Spetzler *et al.* (2001), Yoshizawa and Kennett (2002b)]。

ここでは、位相速度分布に対する2次元的インバージョンの場合を例にして、表面波の有限波長効果について考えてみる。実体波の各種データに関する有限波長効果については、Marquering *et al.* (1998, 1999), Dahlen *et al.* (2000), Hung *et al.* (2000), Zhao *et al.* (2000)などを参照されたい。

4.1 幾何学的波線と有限幅波線

まず、波線理論に基づいた位相データのインバージョンについて考えてみよう。観測される表面波位相の摂動 $\delta\phi$ と位相速度の摂動 δc との関係は、次式のような波線に沿った線積分で表される[Woodhouse and Wong (1986)]。

$$\delta\phi(\omega) = -k(\omega) \int \frac{\delta c(s|\omega)}{c} ds \quad (4)$$

ここで、 s は波線に沿った距離を示す。従来の波線理論による位相トモグラフィーは、このような線形関係に基づいている。

波線理論ではFig. 5(a)のように、たとえ波線の極近傍に強い不均質領域が存在したとしても、その内部を波線が通過しない限り、理論波形にはこの不均質の影響は反映されない。一方、有限な波長をもつ地震波は、波線周辺のある領域(一般的には、フレネルゾーンで表現される)に存在する不均質構造からの影響も受けている(Fig. 5(b))。したがって、実際に観測されるデータは、1本の線に沿った構造の単なる平均ではなく、その周辺領

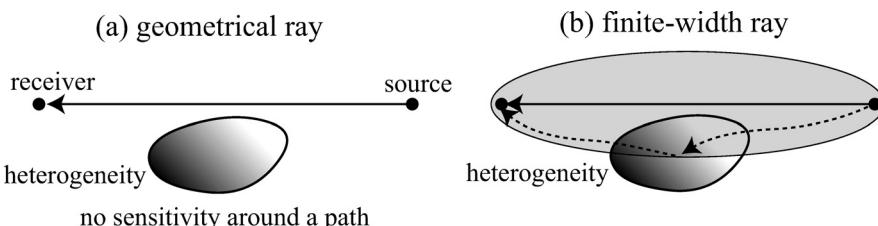


Fig. 5. A schematic view of (a) a geometrical ray and (b) a finite-width ray. Actual surface waves will have some sensitivity to a region around the path.

域の情報も含んでいる。このように、2次元的な位相速度分布において、波線周辺領域からの影響まで考慮する場合、(4)式は形式的に次式のように表現できる。

$$\delta\phi(\omega) = \iint K_c^{2D}(\theta, \phi | \omega) \frac{\delta c(\theta, \phi | \omega)}{c} d\theta d\phi \quad (5)$$

ここで、 $K_c^{2D}(\theta, \phi | \omega)$ は、位相速度分布における表面波の位相に対する 2 次元センシティビティカーネルである。

このように、地震波の有限波長効果を考慮してインバージョンを行うことを可能にするための、有限波長カーネルの開発が近年盛んに行われている。これら有限波長カーネルは、観測データの種類（位相、振幅、波形など）や計測方法に基づいて定式化され、利用するデータや周波数によってその形状やセンシティビティも変わる。以下では、表面波位相に関する近似的カーネルについて議論し、より厳密な有限波長カーネルは§ 5 で紹介する。

4.2 表面波波線周辺のインフルエンスゾーン

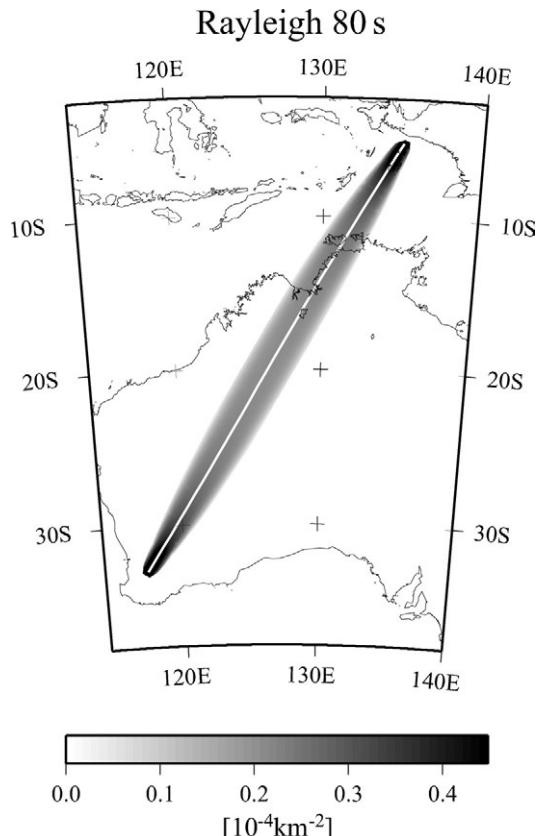


Fig. 6. The influence zone kernel for a Rayleigh wave at 80 s for a path between an event near Irian Jaya and NWAO station in south-eastern Australia [after Yoshizawa and Kennett (2004a)].

ここでは、筆者らの研究 [Yoshizawa and Kennett (2002b)] に従って、2次元的な位相速度分布における表面波の伝播に影響を与えるような波線周辺の領域について考察しよう。

まず、波線周辺のある領域内における平均的波動場が、中心波線を通過する波とほぼ同じ位相と振幅をもつと仮定し、この条件を満たす領域を“インフルエンスゾーン”として定義する。筆者らは、周波数領域での位相速度構造における定常位相場の定量的考察から、この領域を第一フレネルゾーンの約三分の一の幅であることを示した [Yoshizawa & Kennett (2002b)]。

このインフルエンスゾーンを利用した 2 次元センシティビティカーネル（周期 80 秒の Rayleigh 波）を Fig. 6 に示す。この領域の広さは位相速度の大きさに依存し、一般に短周期ほど細くなる。また、1 本の波線全体に均等なセンシティビティをもつ幾何学的波線に対し、有限幅カーネルでは、震源および観測点付近に最大のセンシティビティをもつ。

インフルエンスゾーンの概念は、その領域内での平均的波動場が、中心波線に沿った波動場とほぼ同位相である、との仮定から導かれており、波線理論の自然な拡張になっている。したがって、従来のトモグラフィーに利用してきた位相の情報を用いてインバージョンを行うことができる。

トモグラフィーの分解能と比較してみると、インフルエンスゾーンの定義が妥当なものであることが分かる。Yoshizawa and Kennett (2002b) に従って、既存のトモグラフィーモデルの分解能との関係を考えてみよう。一般的な地域的トモグラフィーで利用される平均波線長は約 3,000 km、最短周期は約 40 秒である。このとき、レイリー波の波線中心付近でのインフルエンスゾーンの幅は約 200 km になる。同様の 2 本の波線が直交する場合、その二つのインフルエンスゾーンが交差した領域の対角線長は約 300 km となり、これは周期 40 秒まで利用した地域的表面波トモグラフィーモデルの水平分解能の限界とよく一致する。

Fig. 6 のようなインフルエンスゾーンカーネルは、すでにオーストラリア大陸の 3 次元構造の復元に応用され、その有用性が示されている [Yoshizawa (2002), Yoshizawa and Kennett (2004a)]。

インフルエンスゾーンを利用する最大の利点は、その計算効率にある。厳密な散乱理論に基づいたセンシティビティカーネル（§ 5 で説明する）の計算には、莫大な計算量を要するため、大規模な PC クラスタのような高速並列計算機の利用が前提となる。しかし、インフルエンスゾーンは、数回の波線追跡の組み合わせのみで計算で

きるので、波線理論を用いた場合に比べても、10倍程度の計算量で済む。

ただし、強い不均質性が存在しインフルエンスゾーンの外側からの顕著な散乱波が観測されるような場合には、注意が必要となる。上部マントルや地殻内部の強い不均質の影響を受けやすい30秒以下の短周期表面波を扱う際には、§5で紹介するような3次元構造に対するセンシティビティカーネルの利用が適している。

4.3 有限波長効果の導入による分解能向上

インフルエンスゾーンを考慮したインバージョンが、トモグラフィー モデルの分解能にどのような影響を与えるのか、実際のトモグラフィーに応用された例を見てみよう。Yoshizawa and Kennett (2004a) がオーストラリア地域の表面波トモグラフィー モデルに対して行った、チェックカーボードテストの結果を Fig. 7 に示す。

チェックカーボードテストは、トモグラフィー モデルの分解能の検証に広く利用されるが、従来の方法では、合成データの計算もインバージョンもともに(4)式のように波線理論に基づいた線形関係式が利用される。しかし、このような合成データでは、非線形な有限波長の効果まで考慮した“現実的”な分解能を得ることはできず、単に波線の分布とダンピングの影響を見ていることになる。

筆者らは、より現実的分解能を表現するため、入力モデル (Fig. 7(b))に対する合成データを、波線追跡とインフルエンスゾーンを用いて(5)式のような空間積分によって求めた。この有限波長の影響を含んだ合成データを利用して分解能テストを行った。この際、利用した波線分布は Fig. 7(a) に示してある。

波線理論に基づいて(4)式によって復元されたモデル

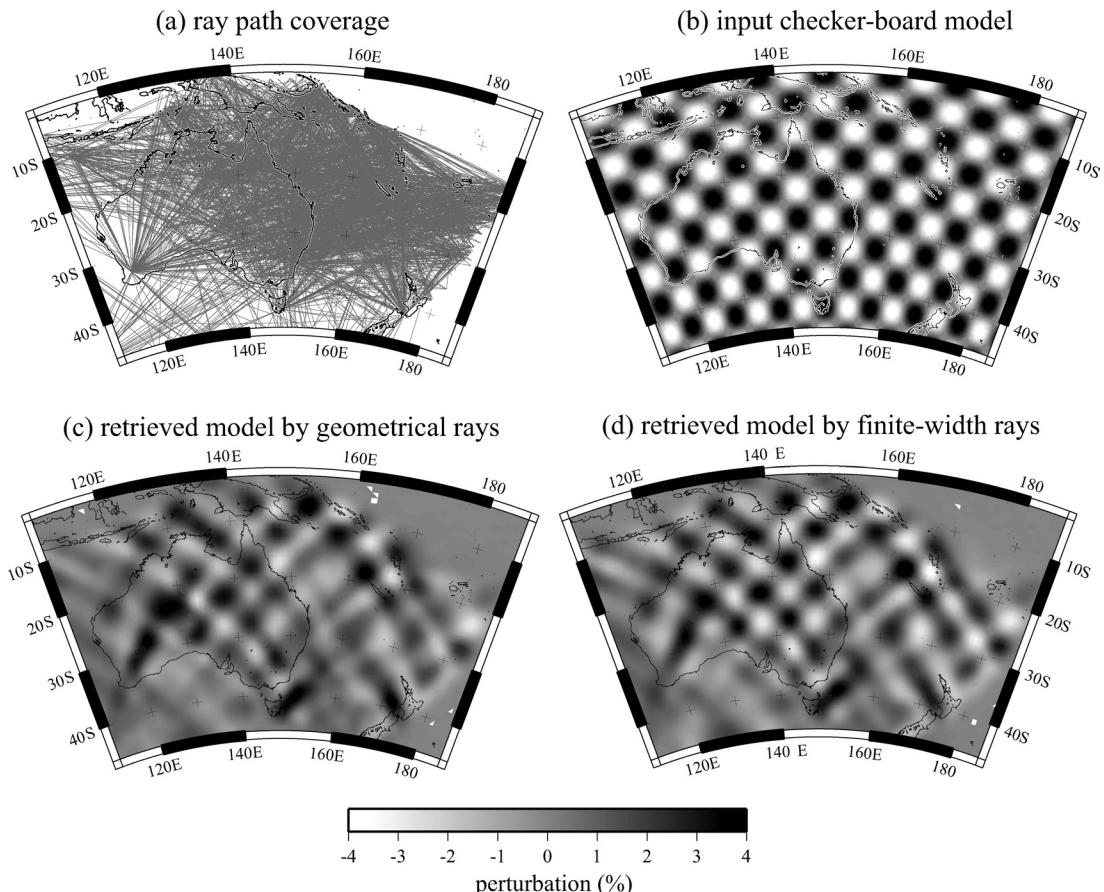


Fig. 7. Realistic resolution tests using the ray theory and influence-zone theory. (a) Ray paths, (b) input checker board model with 5-degree cells, (c) retrieved model based on ray theory and (d) retrieved model which is updated from (c) working with both ray tracing and the influence zone [after Yoshizawa and Kennett (2004a)].

を Fig. 7(c) に示す。また、この波線理論モデル (Fig. 7(c)) を初期モデルとして利用して波線追跡を行いつつ、インフルエンスゾーンに基づいて(5)式によって復元したモデルを Fig. 7(d) に示す。

Fig. 7(c) および (d) ともに、波線が十分密にカバーする領域では、元の構造がよく復元されている。しかし、波線理論モデルでは、特に波線カバーの不十分な地域において、入力モデルの不均質性の形状パターンが崩れ、振幅も小さめになる。一方、有限幅波線を利用したモデルでは、波線カバーが多少不十分な地域（特に、オーストラリア大陸中央部～西部）であっても、元の構造の形状・振幅まで復元されている様子が分かる。入力モデル (Fig. 7b) と復元モデルとの相関係数は、波線理論モデル (Fig. 7c) で 0.48、有限波長モデル (Fig. 7d) で 0.54 となり、有限波長効果の重要性を示唆している。ここで、有限波長モデルでは Fig. 7(c) を初期モデルとして利用していることに注意されたい。つまり、初期モデルに多少エラーが含まれていても、有限波長の効果を考慮したインバージョンでは、真のモデルをよりよく復元できることが分かる。

このような、有限波長モデルの優位性は実際のモデルに対する variance reduction からも明らかであり、有限波長モデルの方が常に大きな値（オーストラリアの例では約 10%）を示すことが示されている [Yoshizawa and Kennett (2004a)]。このように、インバージョンを行際に、有限波長効果を考慮することで、速度変化の大きさや不均質の形状など、より正確なトモグラフィー モデルの復元が可能となる。

§ 5. 有限波長効果を考慮した波形インバージョン法

§ 4 では、インフルエンスゾーンという新しい近似的領域を用いて、表面波の有限波長効果について議論した。しかし、強い不均質性が存在しインフルエンスゾーンの外側からの強い散乱波が顕著となる場合には、この近似は危うくなる。また、位相の情報だけではなく、波形全体を用いつつ、有限波長効果も取り入れてインバージョンを行うことができれば、より複雑な表面波の伝播効果を考慮したトモグラフィー モデルを得ることができる。そのためには、より厳密な定式に基づいた 3 次元カーネルが必須となる。ここではまず、Yoshizawa (2002) や Yoshizawa and Kennett (2004b) に基づき、1 次等方散乱理論を利用して、位相速度分布に対する 2 次元センシティビティカーネルを求め、これより求められる表面波波形に対する 3 次元センシティビティカーネルを紹介する。

5.1 Born/Rytov 近似に基づく有限波長効果の導入

周波数領域における表面波の波動場は、表面波ポテンシャルを導入して、次のように表現できる [Tanimoto (1990), Tromp and Dahlen (1992)]。

$$\mathbf{u}_R = \mathbf{r} U(r) \chi_R + k_R^{-1} V(r) \nabla_1 \chi_R: \text{Rayleigh wave} \quad (6)$$

$$\mathbf{u}_L = k_L^{-1} W(r) (-\mathbf{r} \times \nabla_1) \chi_L: \text{Love wave} \quad (7)$$

ここで、 U, V, W は固有関数、 \mathbf{r} は鉛直方向の単位ベクトル、 ∇_1 は水平勾配、 k_R および k_L は Rayleigh 波および Love 波の波数 ($k = \omega/c, c$: 位相速度) である。 χ_R および χ_L はそれぞれ Rayleigh 波および Love 波に関するポテンシャルであり、以下のヘルムホルツ方程式、

$$[\nabla_1 + k^2(\mathbf{x}, \omega)] \chi(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}_s) = 0 \quad (8)$$

を満たすスカラー波とみなして $\chi = A \exp(i\phi)$ (A : 振幅、 ϕ : 位相) と表現できる。以後、Rayleigh 波および Love 波を示す添え字は省略する。

今、横方向不均質によって生じるポテンシャルの摂動 $\delta\chi$ と位相速度の摂動 δc を導入し、Born 近似を適用すれば、表面波ポテンシャルの摂動は次のような積分方程式で与えられる [Born and Wolf (1999) 13 章]。

$$\begin{aligned} \delta\chi &= \iint -2k^2 G(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}') \chi_0(\mathbf{x}', \omega | \mathbf{x}_s) \frac{\delta c}{c} d^2 \mathbf{x}' \\ &= \iint K_{\chi}^{Born}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_s, \omega) \frac{\delta c}{c} d^2 \mathbf{x}' \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{x}' = (\theta, \phi)$ は 2 次元表面での座標を示し、 $\chi_0(\mathbf{x}', \omega | \mathbf{x}_s)$ は震源 \mathbf{x}_s から散乱点 \mathbf{x}' までのポテンシャル、 $G(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}')$ は散乱点から観測点までのグリーン関数を示し、 $K_{\chi}^{Born}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_s, \omega)$ が位相速度構造での 2 次元センシティビティカーネルである。 χ_0 および G は漸近近似を利用して容易に求めることができる [Tromp and Dahlen (1992b, 1993)]。

Born 近似では、表面波ポテンシャルの摂動を空間積分として与えるが、現実には位相や振幅の情報が利用されることが多い。この場合、Rytov 近似を用いると便利である [Yomogida and Aki (1987)]。Rytov 近似では表面波ポテンシャルの対数を取り、 $\Phi = \ln \chi = \ln A + i\phi$ とすることで、振幅と位相をそれぞれ実部と虚部に分離できる。このとき、Born 近似の場合と同様に $\delta\Phi$ は以下のようない積分方程式の形で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta\Phi &= \iint -2k^2 \frac{G(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}') \chi_0(\mathbf{x}', \omega | \mathbf{x}_s)}{\chi_0(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}_s)} \frac{\delta c}{c} d^2 \mathbf{x}' \\ &= \iint K_{\Phi}^{Rytov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_s, \omega) \frac{\delta c}{c} d^2 \mathbf{x}' \end{aligned} \quad (10)$$

これより、表面波の位相および対数振幅の摂動はそれぞれ、空間積分によって

$$\delta\phi = \iint \text{Im} \{K_{\Phi}^{Rytov}\} \frac{\delta c}{c} d^2 \mathbf{x}' \quad (11)$$

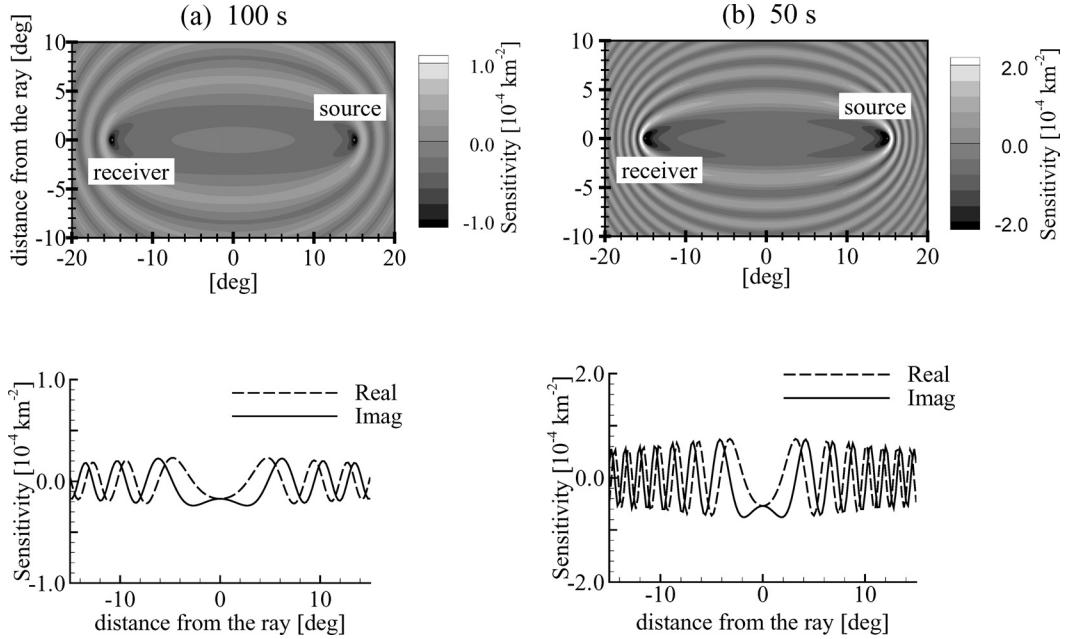


Fig. 8. Two-dimensional sensitivity kernels for Rayleigh waves at (a) 100 s and (b) 50 s, derived from the Rytov approximation. Representation of imaginary parts of the sensitivity kernels (top), and the cross-path profile of both real and imaginary parts of the kernels at the center of the path (bottom).

$$\delta \ln A = \iint \operatorname{Re} \{K_{\phi}^{Rytov}\} \frac{\delta c}{c} d^2 \mathbf{x}' \quad (12)$$

と表現できる。 (9) および (10) 式を比べれば、 $K_{\phi}^{Rytov}(\mathbf{x}', \mathbf{x}_s, \omega) = K_{\chi}^{Born}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_s, \omega) / \chi_0(\mathbf{x}, \omega | \mathbf{x}_s)$ 、 という関係にあることが分かる。

震央距離 30 度における Rayleigh 波（周期 100 秒および 50 秒）の位相センシティビティカーネル $\operatorname{Im} \{K_{\phi}^{Rytov}\}$ を Fig. 8 上段に示す。 (11) 式の $\operatorname{Im} \{K_{\phi}^{Rytov}\}$ は、横方向不均質なリファレンスモデルに対しても求められるが、ここでは PREM を利用している。これらは特定の周期に対するものであり、また震源での放射特性を考慮していない。そのため、空間全体にセンシティビティが分布している。周期に依存してフレネルゾーンに相当する領域の幅が変化し、長周期側ほど広く短周期では狭くなる。また、震源および観測点付近に最大のセンシティビティをもっている。これは、前節のインフルエンスゾーンと共通の特徴である。

Fig. 8 下段に、波線中心部でのセンシティビティの断面プロファイルを示す。波線に相当する中心部で極値をとり、その周辺域に最大のセンシティビティが存在している。相関法で計測した長周期実体波走時に対する 3 次元センシティビティカーネル（いわゆるバナナード・ナット・カーネル）では、波線上でのセンシティビティ

がゼロとなるが [Marquering *et al.* (1999), Hung *et al.* (2000)]、表面波の場合は 2 次元的に伝播するため、(11) 式のカーネルには $\pi/4$ の位相のずれが含まれ、中心波線でのセンシティビティがゼロにはならない [Spetzler *et al.* (2002)]。

5.2 3 次元カーネルへの拡張

前節のセンシティビティカーネルは、2 次元的な位相速度構造に対するものであるが、これを拡張して 3 次元 S 波速度構造に対する表面波センシティビティカーネルを求めることができる [Yoshizawa and Kennett (2004 b)]。簡単にその導出を説明すると、まず Born 近似で得られた表面波ポテンシャルの摂動 (9) を利用し、(7) 式より表面波波形の摂動 δu を求める。ここでは Rayleigh 波の垂直成分のみを考え、これを δu とし、このときのセンシティビティカーネルを $K_u^{Born}(\mathbf{x} | \omega)$ とすれば、

$$\delta u(\omega) = \iint K_u^{Born}(\mathbf{x}' | \omega) \frac{\delta c(\mathbf{x}' | \omega)}{c} d^2 \mathbf{x}' \quad (13)$$

という線形近似で表せる。また、1 次元地球構造モデルに対するセンシティビティカーネル $K_{\beta}^{1D}(r | \omega)$ を用いれば、ある地点 $\mathbf{x} = (\theta, \phi)$ でのローカルな位相速度の摂動 δc と S 波速度の摂動 $\delta \beta$ の線形近似は、

$$\frac{\delta c(\mathbf{x}, \omega)}{c} = \int K_{\beta}^{1D}(r | \omega) \frac{\delta \beta(\mathbf{x}, r)}{\beta} dr \quad (14)$$

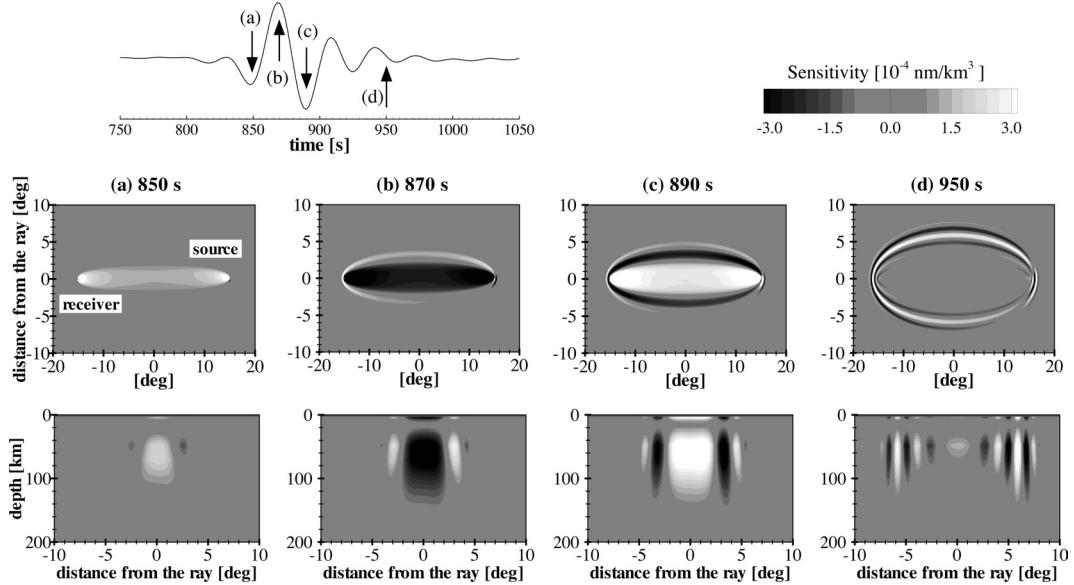


Fig. 9. Representation of time-dependent 3-D sensitivity kernels for a vertical component of Rayleigh waveform in a frequency range between 0.01 and 0.03 Hz. Instantaneous sensitivity kernels at (a) 850 s, (b) 870 s, (c) 890 s and (d) 950 s. Corresponding waveforms for a fundamental-mode Rayleigh wave (top), horizontal slices of the kernel at 90 km depth (middle panels), and cross-path slices at the center of the path (bottom panels).

と表せる。ここで r は地球中心からの距離を示す。(14) 式を(13)式に代入し逆フーリエ変換すれば、時間領域における表面波形に対する3次元センシティビティカーネル $K_{\beta}^{3D}(r, \theta, \phi | t)$ が得られる。このとき、時間領域での波形の振動と3次元 S 波速度構造の関係は形式的に、

$$\delta u(t) = \iiint K_{\beta}^{3D}(r, \theta, \phi | t) \frac{\partial \beta(r, \theta, \phi)}{\beta} dr d\theta d\phi \quad (15)$$

のような線形近似で表される。

Fig. 9 に、PREM に対して求めた基本モードのレイリー波に対する3次元センシティビティカーネルの例を示す。中段は深さ 90 km での水平断面図、下段は波線中央における深さ方向の断面図である。震央距離は 30 度、周期は 30~100 秒である。周期帯が有限であるため、Fig. 8 に現れるようなサイドロープはキャンセルアウトされている。またこの例では、震源での放射特性を考慮しており、中心波線に対し左右非対称な形状となっている。また、震源および観測点近傍に最大のセンシティビティを有する。

Fig. 9 では、センシティビティカーネルの時間発展の様子が分かる。Rayleigh 波群の到達直後の 850 秒では、正のセンシティビティが波線の近傍に集中している。(Fig. 9a)。その後、時間とともに、中心波線のセンシティビティの正負が逆転しつつ、中心波線から外側へ領域が広がっていく (Fig. 9b, c)。Rayleigh 波群の末尾の

950 秒 (Fig. 9d) では、中心波線のセンシティビティはほぼゼロとなり、波線から遠く離れた領域にのみセンシティビティを有する。波線上のセンシティビティの正負の値は、波群の振幅変化に合わせて刻々と変化することが分かる。

(15) 式に基づいて、このような3次元カーネルを利用すれば、位相や振幅を測ることなく、観測された地震記録から直接3次元 S 波速度構造分布を求めることが可能となる。しかも、従来の波形インバージョン法では取り扱われにくかった有限波長効果も考慮した3次元構造の復元ができる。さらに、(15)式を利用したフォワードモデリングにより、波線周辺の領域が観測波形に及ぼす影響の定量的研究にも有用である。

§ 6. まとめと今後の展望

本論では、従来の幾何学的波線理論から、最新の有限波長効果を考慮した理論まで、種々の表面波波形合成法とインバージョン法について紹介してきた。90 年代以降、入手可能なデータ数の増加とともに、表面波トモグラフィーの空間分解能も飛躍的に向上してきた。しかし、その手法の基礎となる理論に、何らかの近似が含まれている限り、その手法は決して万能ではなく、近似の成立する範囲内しか正しい結果も得られないという事実を、再確認する必要がある。

今なお、波線理論は地震学の基礎を成すものであり、その有用さは誰しもが認めるものである。特に、地震波トモグラフィー法の発展は、この波線理論なくしてありえなかつた。しかし同時に、波線理論に基づく手法には本質的限界があり、したがつて、それによって得られるトモグラフィーモデルも、データの数には関わりなく、その分解能に限界があることを忘れてはならない。有限幅波線を用いたトモグラフィー法の研究は、このような波線理論の手法的限界を乗り越え、地震波トモグラフィーの新しい道を切り開くものであると言える。

表面波を用いたトモグラフィー法で、特に問題となるのは、地殻や最上部マントル内の強い不均質性の影響を受けやすい短周期の波を利用する場合である。特に基本モードで周期約40秒以下、高次モードでは周期約20秒以下の表面波の場合、その波長と同程度のスケールの強い不均質性のために、波線理論だけでは説明できない種々の現象（散乱、回折、モード間カップリング）の影響が顕著となる [Snieder (1988), Kennett and Nolet (1990)]。したがつて、より正確な地球浅部の構造を復元するためには、これらの影響まで考慮した理論が必要となる。

最近、有限波長効果を考慮した表面波トモグラフィーモデルが徐々に発表されるようになってきた [Yoshizawa (2002), Ritzwoller *et al.* (2002), Friederich (2003), Yoshizawa and Kennett (2004a)]。しかし、これらの研究において利用されている有限幅波線は、種々の近似によって単純化されており、今後のさらなる発展が期待される。

§5で紹介した3次元センシティビティカーネルでは、1次散乱の影響を考慮しており、波線理論だけでは取り扱いの困難な短周期の表面波も利用することが可能である。しかしこの理論も、あくまでBorn近似の成り立つ範囲内しか正しくない。高次モードも利用する場合には、強い不均質によって生じるモード間カップリングの影響も考慮する必要がある [Kennett and Nolet (1990), Marquering and Snieder (1995)]。したがつて、その影響まで考慮したカーネルの利用が理想的である。

極細の波線を仮定せず、より現実的な波動場のイメージまで包含した有限幅カーネルを用いて波形インバージョンを行う際には、従来の波線理論に基づく方法に比べて、多大な計算量を必要とする。しかし、近年の計算速度の急激な高速化と計算手法の工夫により、3次元カーネルを利用したトモグラフィー法が主流となる日も、そう遠くないようと思われる。

Lamb (1904) が、世界最初の理論地震波形とともにわれわれに残した課題、つまり、その単純な理論波形を現

実の地震波形にどこまで近づけられるか、という課題は、今日ではある程度まで達成されたと言ってよいだろう。これは、波線理論に基づく手法の発展と80年代以降の地震波トモグラフィーによる大きな成果である。しかし、周期30秒以下の短周期表面波の波形は、波線理論による合成波形だけでは十分説明できない。また短周期表面波の合成には、地殻内部の詳細な3次元構造も必須となる。本論で示した有限波長カーネルを用いた新しいトモグラフィー法は、理論地震波形をより一層、実際の地震波形に近づけるための、大きな一助になるものと期待できる。

謝 辞

本論執筆の機会を与えてくださった川崎一朗氏に感謝します。本論で紹介した表面波の各種インバージョン法の研究推進にあたり、Brian Kennett, Eric Debayle, Malcolm Sambridge, Sergei Lebedev, Tony Dahlen, Barbara Romanowicz, Jeannot Trampert, 蓬田清, 日吉善久、各氏から有益なご助言を頂きました。本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金（課題番号15740266）による援助を受けました。

文 献

- Born, M. and E. Wolf, 1999, Principle of Optics, 7th ed., Cambridge University Press, 952 pp.
- Cara, M. and J. J. Lévéque, 1987, Waveform inversion using secondary observables, Geophys. Res. Lett., **14**, 1046–1049.
- Dahlen, F. A. and J. Tromp, 1998, Theoretical Global Seismology, Princeton University Press, 1025 pp.
- Dahlen, F. A., S.-H. Hung and G. Nolet, 2000, Frechet kernels for finite-frequency travel times-I. Theory, Geophys. J. Int., **141**, 157–174.
- Debayle, E., 1999, SV-wave azimuthal anisotropy in the Australian upper mantle: preliminary results from automated Rayleigh waveform inversion, Geophys. J. Int., **137**, 747–754.
- Debayle, E. and J. J. Lévéque, 1997, Upper mantle heterogeneity in the Indian Ocean from waveform inversion, Geophys. Res. Lett., **24**, 245–248.
- Debayle, E. and B. L. N. Kennett, 2000, The Australian continental upper mantle: structure and deformation inferred from surface waves, J. Geophys. Res., **105**, 25243–25450.
- Dziewonski, A. M. and D. L. Anderson, 1981, Preliminary reference Earth model, Phys. Earth Planet. Inter., **25**, 297–356.
- Ekström, G., J. Tromp and E. W. F. Larson, 1997, Measurements and global models of surface wave propagation, J. Geophys. Res., **102**, 8137–8157.
- Friedrich, W., 2003, The S-velocity structure of the

- East Asian mantle from inversion of shear and surface waveform, *Geophys. J. Int.*, **153**, 88–102.
- Hiyoshi, Y., 2001, Regional surface waveform inversion for Australian Paths, Ph. D. Thesis, Australian National University, Canberra, 185 pp.
- Hung, S.-H., F. A. Dahlen and G. Nolet, 2000, Frechet kernels for finite-frequency travel times-II. Examples, *Geophys. J. Int.*, **141**, 175–203.
- Kennett, B. L. N. and G. Nolet, 1990, The interaction of the S-wavefield with upper mantle heterogeneity, *Geophys. J. Int.*, **101**, 751–762.
- Kennett, B. L. N. and K. Yoshizawa, 2002, A reappraisal of regional surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, **150**, 37–44.
- Lamb, H., 1904, On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, A*, **203**, 1–42.
- Larson, E. W. F. and G. Ekström, 2001, Global models of surface wave group velocity, *Pure Appl. Geophys.*, **158**, 1377–1399.
- Laske, G. and G. Masters, 1996, Constraints on global phase velocity maps from long-period polarization data, *J. Geophys. Res.*, **101**, 16059–16075.
- Lebedev, S., 2000, The upper mantle beneath the western Pacific and southeast Asia, PhD thesis, Princeton University, Princeton, NJ, 181 pp.
- Lebedev, S. and G. Nolet, 2003, Upper mantle beneath southeast Asia from S velocity tomography, *J. Geophys. Res.*, **108**, 2048, 10.1029/2000JB000073.
- Lebedev, S., G. Nolet and R. D. van der Hilst, 1997, The upper mantle beneath the Philippine Sea region from waveform inversion, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1851–1854.
- Li, X.-D. and T. Tanimoto, 1993, Waveforms of long-period body waves in a slightly aspherical Earth model, *Geophys. J. Int.*, **112**, 92–102.
- Li, X.-D. and B. Romanowicz, 1995, Comparisons of global waveform inversions with and without considering cross-branch modal coupling, *Geophys. J. Int.*, **121**, 695–709.
- Li, X.-D. and B. Romanowicz, 1996, Global mantle shear velocity model developed using nonlinear asymptotic coupling theory, *J. Geophys. Res.*, **101**, 22245–22272.
- Marquering, H. and R. Snieder, 1995, Surface-wave mode coupling for efficient forward modeling and inversion of body-wave phases, *Geophys. J. Int.*, **120**, 186–208.
- Marquering, H., G. Nolet and F. A. Dahlen, 1998, Three-dimensional waveform sensitivity kernels, *Geophys. J. Int.*, **132**, 521–534.
- Marquering, H., F. A. Dahlen, and G. Nolet, 1999, Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency travel times: the banana-doughnut paradox, *Geophys. J. Int.*, **137**, 805–815.
- Masters, G., T. H. Jordan, P. G. Silver and F. Gilbert, 1982, Aspherical Earth structure from fundamental spheroidal mode data, *Nature*, **298**, 609–613.
- Meier, T., S. Lebedev, G. Nolet and F. A. Dahlen, 1997, Diffraction tomography using multimode surface waves, *J. Geophys. Res.*, **102**, 8255–8267.
- Montagner, J. P. and N. Jobert, 1981, Investigation of upper mantle structure under young regions of the southeast Pacific using long-period Rayleigh waves, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **27**, 206–222.
- Nakanishi, I. and D. L. Anderson, 1982, World-wide distribution of group velocity of mantle Rayleigh waves as determined by spherical harmonic inversion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 1185–1194.
- Nakanishi, I. and D. L. Anderson, 1983, Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneity and anisotropy, 1. Analysis of great circle phase velocities, *J. Geophys. Res.*, **88**, 10267–10283.
- Nakanishi, I. and D. L. Anderson, 1984, Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneity and anisotropy, 2. Analysis by the single-station method, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **78**, 573–617.
- Nataf, H. C., I. Nakanishi and D. L. Anderson, 1986, Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneities and anisotropy, 3, Inversion, *J. Geophys. Res.*, **91**, 7261–7307.
- Nolet, G., 1990, Partitioned waveform inversion and two-dimensional structure under the network of autonomously recording seismographs, *J. Geophys. Res.*, **95**, 8499–8512.
- Nolet G. and F. A. Dahlen, 2000, Wavefront healing and the evolution of seismic delay times, *J. Geophys. Res.*, **105**, 19043–19054.
- Nolet G., J. van Trier and R. Huisman, 1986, A formalism for nonlinear inversion of seismic surface waves, *Geophys. Res. Lett.*, **13**, 26–29.
- Rayleigh, J. W. S., 1885, On waves propagated along the plane surface of an elastic solid, *Proc. London Math. Soc.*, **17**, 4–11.
- Ritzwoller, M. H. and A. L. Levshin, 1998, Eurasian surface wave tomography: Group velocities, *J. Geophys. Res.*, **103**, 4839–4878.
- Ritzwoller M. H., N. M. Shapiro, M. P. Barmin and A. L. Levshin, 2002, Global surface wave diffraction tomography, *J. Geophys. Res.*, **107**, 2335, 10.1029/2002JB001777.
- Sambridge, M., 1999, Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—I. Searching a parameter space, *Geophys. J. Int.*, **138**, 479–494.
- Sen, M. and P. L. Stoffa, 1995, Global optimization methods in geophysical inversion, Elsevier, Amsterdam, 281 pp.
- Simons, F. J., A. Zielhuis and R. D. van der Hilst, 1999, The deep structure of the Australian continent from surface wave tomography, *Lithos*, **48**, 17–43.
- Snieder, R., 1988, Large-scale waveform inversions of surface waves for lateral heterogeneity 1. Theory

- and numerical examples, *J. Geophys. Res.*, **93**, 12055–12065.
- Spetzler, J., J. Trampert and R. Snieder, 2001, Are we exceeding the limits of the great circle approximation in global surface wave tomography?, *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 2341–2344.
- Spetzler, J., J. Trampert and R. Snieder, 2002, The effect of scattering in surface wave tomography, *Geophys. J. Int.*, **149**, 755–767.
- Takeuchi, H. and M. Saito, 1972, Seismic surface waves, in *Seismology: Surface Waves and Free Oscillations, Methods in Computational Physics*, vol. 11, pp. 217–295, ed., Bolt, B. A., Academic Press, New York, 309 pp.
- Tanimoto, T., 1987, The three-dimensional shear wave structure in the mantle by overtone waveform inversion, I, Radial seismogram inversion, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **89**, 713–740.
- Tanimoto, T., 1988, The 3-D shear wave structure in the mantle by overtone waveform inversion, II, inversion of X waves, R waves and G waves, *Geophys. J.*, **93**, 321–333.
- Tanimoto, T., 1990, Modelling curved surface wave paths: membrane surface wave synthetics, *Geophys. J. Int.*, **102**, 89–100.
- Tanimoto, T. and D. L. Anderson, 1985, Lateral heterogeneity and azimuthal anisotropy of the upper mantle: Love and Rayleigh waves 100–250 s, *J. Geophys. Res.*, **90**, 1842–1858.
- Trampert, J. and J. H. Woodhouse, 1995, Global phase velocity maps of Love and Rayleigh waves between 40 and 150 seconds, *Geophys. J. Int.*, **122**, 675–690.
- Tromp, J., and F. A. Dahlen, 1992a, Variational principles for surface wave propagation on a laterally heterogeneous Earth-I. Time-domain JWKB theory, *Geophys. J. Int.*, **109**, 581–598.
- Tromp, J., and F. A. Dahlen, 1992b, Variational principles for surface wave propagation on a laterally heterogeneous Earth-II. Frequency-domain JWKB theory, *Geophys. J. Int.*, **109**, 599–619.
- Tromp, J., and F. A. Dahlen, 1993, Variational principles for surface wave propagation on a laterally heterogeneous Earth-III. Potential representation, *Geophys. J. Int.*, **112**, 195–209.
- van der Lee, S. and G. Nolet, 1997, Upper mantle S velocity structure of north America, *J. Geophys. Res.*, **102**, 22815–22838.
- van Heijst, H. J. and J. H. Woodhouse, 1997, Measuring surface-wave overtone phase velocities using a mode-branch stripping technique, *Geophys. J. Int.*, **131**, 209–230.
- van Heijst, H. J. and J. H. Woodhouse, 1999, Global high-resolution phase velocity distributions of overtone and fundamental-mode surface waves determined by mode branch stripping, *Geophys. J. Int.*, **137**, 601–620.
- Vasco, D. W., J. E. Peterson and E. L. Majer, 1995, Beyond ray tomography: Wavepath and Fresnel volumes, *Geophysics*, **60**, 1790–1804.
- Woodhouse, J. H., 1974, Surface waves in a laterally varying layered structure, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **37**, 461–490.
- Woodhouse, J. H. and A. M. Dziewonski, 1984, Mapping the upper mantle: Three-dimensional modeling of Earth structure by inversion of seismic waveforms, *J. Geophys. Res.*, **89**, 5953–5986.
- Woodhouse, J. H. and Y. K. Wong, 1986, Amplitude, phase and path anomalies of mantle waves, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **87**, 753–773.
- Woodward, M. J., 1992, Wave-equation tomography, *Geophysics*, **57**, 15–26.
- Yomogida, K., 1985, Gaussian beams for surface waves in laterally slowly-varying media, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **82**, 511–533.
- Yomogida, K., 1992, Fresnel zone inversion for lateral heterogeneities in the Earth, *Pure Appl. Geophys.*, **138**, 391–406.
- Yomogida, K. and K. Aki, 1987, Amplitude and phase data inversion for phase velocity anomalies in the Pacific Ocean basin, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **88**, 161–204.
- Yoshizawa, K., 2002, Development and application of new techniques for surface wave tomography, Ph. D. thesis, Australian National University, Canberra, 204 pp.
- Yoshizawa, K., 2004, 3-D sensitivity kernels for differential waveforms of surface waves, *Geophys. Res. Lett.*, to be submitted.
- Yoshizawa, K. and B. L. N. Kennett, 2002a, Non-linear waveform inversion for surface waves with a neighbourhood algorithm-application to multimode dispersion measurements, *Geophys. J. Int.*, **149**, 118–133.
- Yoshizawa, K. and B. L. N. Kennett, 2002b, Determination of the influence zone for surface wave paths, *Geophys. J. Int.*, **149**, 440–453.
- Yoshizawa, K. and B. L. N. Kennett, 2004a, Multi-mode surface wave tomography for the Australian region using a three-stage approach incorporating finite frequency effects, *J. Geophys. Res.*, **109**, B 02310, doi: 10.1029/2002JB002254.
- Yoshizawa, K. and B. L. N. Kennett, 2004b, Sensitivity kernels for finite frequency surface waves, *Geophys. J. Int.* submitted.
- Yoshizawa, K., K. Yomogida and S. Tsuboi, 1999, Resolving power of surface wave polarization data for higher-order heterogeneities, *Geophys. J. Int.*, **138**, 205–220.
- Zhao, L., Jordan, T. H. and Chapman, C. H., 2000, Three-dimensional Frechet differential kernels for seismic delay times, *Geophys. J. Int.*, **141**, 558–576.
- Zhou, Y., F. A. Dahlen and G. Nolet, 2004, Three-

- dimensional sensitivity kernels for surface wave observables, *Geophys. J. Int.*, **158**, 142–168.
- Zielhuis, A. and G. Nolet, 1994, Shear-wave velocity variations in the upper mantle beneath central Europe, *Geophys. J. Int.*, **117**, 695–715.